Prof. Dr. Sebastian Goette
Dr. Anda Degeratu
Mathematisches Institut
Universität Freiburg

Funktionentheorie SS 2014
29. April, 2014

Übungsblatt 1

Abgabe: 8. Mai, 2014

Bewertung: Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet. Falls nichts anderes angegeben ist, werden die Punkte gleichmäßig auf die Teilaufgaben verteilt.

Aufgabe 1:

(a) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$ mit $e^z = 1$.

(b) Es seien $\alpha, w \in \mathbb{C}$ mit $e^\alpha = w$. Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$ mit $e^z = w$.

Aufgabe 2: Es sei $\sum_{n\geq 1} a_n z^n$ eine Potenzreihe mit Konvergenzradius ρ. Bestimmen Sie die Konvergenzradius folgender Potenzreihen

$$(a)\ \sum_{n\geq 1} a_n z^{2n}, \qquad (b)\ \sum_{n\geq 1} a_n^2 z^n.$$

Aufgabe 3: Berechnen Sie die Wirtinger-Ableitungen $\frac{\partial}{\partial z}$ und $\frac{\partial}{\partial \bar z}$ folgender Funktionen:

$$(a) z^2 \bar z^3, \qquad (b) \frac{1}{|z|^2}, \qquad (c)\, \mathrm{Re}(z), \qquad (d) e^{\bar z}.$$

Aufgabe 4: Es seien $f, g\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ definiert durch

$$f(z) = \cos x \cosh y - i \sin x \sinh y \qquad \text{und} \qquad g(z) = \cosh x \sin y - i \sinh x \cos y,$$

wobei $x = \mathrm{Re}\, z$ und $y = \mathrm{Im}\, z$.

(a) Berechnen Sie die Wirtinger-Ableitungen $\frac{\partial}{\partial z}$ und $\frac{\partial}{\partial \bar z}$ von f und g.

(b) Bestimmen Sie, an welchen Stellen f und g holomorph sind.

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt.