

Übungsblatt 10

Abgabe: Donnerstag, 17. Juli, 2014

Bewertung: Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet. Falls nichts anderes angegeben ist, werden die Punkte gleichmäßig auf die Teilaufgaben verteilt.

Aufgabe 1: Es sei $p(z) = z^d + a_1 z^{d-1} + \dots + a_{d-1} z + a_d$ mit $|a_i| < R^i/d$ für alle $i = 1, \dots, d$. Zeigen Sie, dass $N(P, B_R(0), 0) = d$ gilt.

Aufgabe 2: Bestimmen Sie die Laurententwicklung folgender Funktionen in den angegebenen Gebieten

$$(a) \quad \left(\frac{z - z_0}{z - a} \right)^2 \quad \text{um } z_0 \text{ für } |z - z_0| > |a - z_0|,$$

$$(b) \quad \frac{e^z}{z(z-1)} \quad \text{um } 0 \text{ für } |z| > 1.$$

Aufgabe 3: Es seien $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ mit $c \neq 0$ und $ad - bc \neq 0$. Bestimmen Sie den Typ der Singularitäten und ihre Hauptteile von folgenden Funktionen:

$$(a) \quad z \mapsto \frac{az + b}{cz + d} \quad (b) \quad z \mapsto \exp\left(\frac{az + b}{cz + d}\right).$$

Aufgabe 4: Es sei

$$\zeta(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^z}.$$

Zeigen Sie: $\zeta(z)$ ist holomorph für alle z mit $\operatorname{Re} z > 1$.

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt.