Übungen zur Vorlesung „Lineare Algebra I“
im Wintersemester 2002/03 bei Prof. V. Bangert

Blatt 1 — 17. Oktober 2002

---

1. (a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge $L \subseteq \mathbb{R}^2$ des Gleichungssystems, das aus folgenden drei Gleichungen besteht.

$$x + y = -1 \tag{1}$$
$$-x + y = 1 \tag{2}$$
$$3x - y = -1 \tag{3}$$

   (b) Zeichnen Sie die Geraden, die den Lösungsmengen der Gleichungen (1) bzw. (2) bzw. (3) entsprechen, in ein Koordinatensystem ein und interpretieren Sie das Ergebnis aus (a) geometrisch.

   (c) Führen Sie (a) und (b) für das Gleichungssystem durch, das aus den Gleichungen (1), (2) und

$$3x - y = -3 \tag{3'}$$

   besteht.

2. (a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge $L \subseteq \mathbb{R}^4$ des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 4 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 5 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - 3x_4 &= 0 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 &= 4 \end{aligned}$$

   (b) Geben Sie eine Parameterdarstellung der Lösungsmenge $L' \subseteq \mathbb{R}^4$ des Gleichungssystems an, das nur aus den ersten beiden Gleichungen besteht.

3. Bestimmen Sie für jedes $a \in \mathbb{R}$ die Lösungsmenge $L_a \subseteq \mathbb{R}^3$ des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_3 &= -1 \\ ax_1 + x_2 + (1+a)x_3 &= 1 \end{aligned}$$

   Interpretieren Sie das Ergebnis geometrisch.

4. (a) Schreiben Sie folgende Mengen in aufzählender Form.

$$A_1 = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^4 \leq 30\}$$
$$A_2 = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^4 + x^2 - 2)(x^2 - 2x) = 0\}$$

– Bitte wenden –

(b)

$$B_1 = \{x \in \mathbb{Z} \mid \exists y \in \mathbb{Z} \colon x = 2y\}$$
$$B_2 = \{x \in \mathbb{Z} \mid 3x^2 \text{ ist durch 4 teilbar}\}$$

Welche folgender Aussagen sind wahr:

$$B_1 \subseteq B_2, \quad B_2 \subseteq B_1, \quad B_1 = B_2 \ ?$$

(c) Beweisen Sie die de Morgansche Regel (für Mengen A, B, C):

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$$

Abgabe: Donnerstag, 24. Oktober vor der Vorlesung
Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt
Internet: `http://web.mathematik.uni-freiburg.de/mi/geometrie/la1/`