Übungen zur Vorlesung „Lineare Algebra I“
im Wintersemester 2002/03 bei Prof. V. Bangert

Blatt 7 28. November 2002

---

1. Bestimmen Sie (in Abhängigkeit vom Parameter $\lambda \in \mathbb{R}$) eine Basis des Lösungsraums des folgenden homogenen linearen Gleichungssystems.

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x_1 & + & 3x_2 & + & \lambda x_3 & + & 2x_4 & = & 0 \\ 2x_1 & + & 4x_2 & + & x_3 & + & 4x_4 & = & 0 \\ x_1 & + & x_2 & & & + & 2x_4 & = & 0 \end{array}$$

2. (a) Zeigen Sie, dass die Menge $B = \big\{(1,2,3,4), (2,0,1,-1), (-1,0,0,1), (0,2,3,0)\big\}$ eine Basis des $\mathbb{R}^4$ ist.

   (b) Ergänzen Sie die Menge $\big\{(0,4,5,9), (3,3,3,3)\big\}$ durch Vektoren aus B zu einer Basis des $\mathbb{R}^4$.

3. Sei K ein Körper mit q Elementen und V ein K-Vektorraum mit $\dim V = n$. Zeigen Sie:

   V hat genau q^n Elemente.

   (*Hinweis*: Benutzen Sie die Existenz einer Basis von V.)

4. Mit d sei der Hammingabstand auf $\{0,1\}^n$ bezeichnet. Bestimmen Sie für $x \in \{0,1\}^n$ (in Abhängigkeit von n) die Anzahl der Elemente von

$$B(x,2) := \big\{ y \in \{0,1\}^n \;\big|\; d(x,y) \leq 2 \big\}.$$

   Leiten Sie daraus eine (möglichst kleine) obere Schranke für die Anzahl der Codewörter her, die ein 2-fehlerkorrigierender Code der Länge n enthält.

Abgabe: Donnerstag, 5. Dezember in der Vorlesung

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt

Internet: `http://web.mathematik.uni-freiburg.de/mi/geometrie/la1/`