Übungen zur Vorlesung „Lineare Algebra I“ im Wintersemester 2002/03 bei Prof. V. Bangert

Blatt 13 — 23. Januar 2003

---

1. Gegeben sei eine 30×30-Matrix $A = (a_{ij}) \in K^{30\times 30}$ und eine Maschine, die pro Sekunde 1 Milliarde $= 10^9$ Produkte von 30 Zahlen von der Art der a_{ij} berechnen kann.

   Zeigen Sie durch eine Abschätzung von 30! nach unten, dass die Zeit, die die Maschine brauchen würde, um alle Terme in der Leibnizschen Determinantenformel für $\det A$ zu berechnen, viel größer ist, als die geschätzte Lebensdauer des Sonnensystems ($\approx 10^{10}$ Jahre).

2. Man schreibt Permutationen $\sigma \in S_n$ oft in der Form

   $$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ \sigma(1) & \sigma(2) & \dots & \sigma(n) \end{pmatrix} .$$

   Berechnen Sie $\operatorname{sgn}(\sigma)$ für

   $$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

   auf zwei Arten: mit der Formel (5.4) und mit der Fehlstandszahl.

3. Geben Sie alle $6 = 3!$ Permutationen in S_3 an und berechnen Sie deren Signum.

   Zeigen Sie damit die Regel von Sarrus für die Berechnung von (3×3)-Determinanten.

4. Sei $A = (a_{ij}) \in K^{n\times n}$ eine obere Dreiecksmatrix (d. h. $a_{ij} = 0$, falls $i > j$). Zeigen Sie mittels der Leibnizschen Formel (5.15):

   $$\det A = a_{11} \cdot \ldots \cdot a_{nn} .$$

Abgabe: Donnerstag, 30. Januar in der Vorlesung

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt

Internet: `http://web.mathematik.uni-freiburg.de/mi/geometrie/la1/`