Anwesenheitsaufgaben zur „Linearen Algebra I“
im Wintersemester 2002/03 bei Prof. V. Bangert

Blatt 8 9.–11. Dezember 2002

---

1. Prüfen Sie für die beiden Unterräume $U_1 := \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_3 = 0\} \subseteq \mathbb{R}^4$ und $U_2 := \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + x_2 = 0\} \subseteq \mathbb{R}^4$ die Aussage des Dimensionssatzes (3.22) nach.

2. Sei V ein Vektorraum und $U \subseteq V$ ein Unterraum von V, und sei $v \in V$.

   Zeigen Sie: Ist $u \in U$ und $v' := v + u$, so gilt $v + U = v' + U$.

   Fertigen Sie eine Skizze an für den Fall, dass U eindimensional ist.

3. Sei V ein Vektorraum und seien A_0, A_1 affine Unterräume von V, $A_0 = v_0 + U_0$, $A_1 = v_1 + U_1$, wobei U_0, U_1 Unterräume von V sind und $v_0, v_1 \in V$. Zeigen Sie:

   (a) A_0 und A_1 besitzen genau dann mindestens einen Schnittpunkt ($A_0 \cap A_1 \neq \emptyset$), wenn $v_1 - v_0 \in U_0 + U_1$ ist.

   (b) Ist $v \in A_0 \cap A_1$, so ist $A_0 \cap A_1 = v + (U_0 \cap U_1)$. (Insbesondere ist die Menge $A_0 \cap A_1$, wenn sie nicht leer ist, wieder ein affiner Unterraum.)