Anwesenheitsaufgaben zur „Linearen Algebra I“
im Wintersemester 2002/03 bei Prof. V. Bangert

Blatt 13 — 27.–29. Januar 2003

---

1. (a) Zeigen Sie durch vollständige Induktion: $\#S_n = n!$

   (b) Zeigen Sie: $\#\{\sigma \in S_n \mid \sigma \text{ ist gerade}\} = \#\{\sigma \in S_n \mid \sigma \text{ ist ungerade}\} = \frac{1}{2}n!\,.$

2. Geben Sie die zu

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

   inverse Permutation σ^{-1} an. (Zur Notation vgl. Aufgabe 2 der Hausaufgaben.)

   Berechnen Sie die Fehlstandszahlen von σ und σ^{-1}, $\operatorname{sgn}(\sigma)$ und $\operatorname{sgn}(\sigma^{-1})$.

3. Sei K ein Körper, in dem $1 + 1 \neq 0$ gilt, V ein K-Vektorraum und $f\colon V \times V \to K$ eine *Bilinearform*, d. h. eine 2-Linearform. Zeigen Sie:

   Gilt für alle $v, w \in V$

$$f(v, w) = -f(w, v)\,,$$

   so ist f alternierend.

   Warum braucht man die Bedingung $1 + 1 \neq 0$?

   (Bemerkung: Das analoge Resultat gilt auch für k-Linearformen für beliebiges $k \geq 2$.)