Anwesenheitsaufgaben zur „Linearen Algebra I“
im Wintersemester 2002/03 bei Prof. V. Bangert

Blatt 15 — 10.–12. Februar 2003

---

1. Sei $L \in \operatorname{End}(V)$, seien $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ verschiedene Eigenwerte von L und seien $v_1, \dots, v_k$ zugehörige Eigenvektoren.

   Zeigen Sie: $v_1, \dots, v_k$ sind linear unabhängig.

Sei $\big(V, \langle\ ,\ \rangle\big)$ ein euklidischer Vektorraum.

2. Seien $v, w \in V$ mit $\langle v, w\rangle = 0$.

   Beweisen und veranschaulichen Sie sich den *Satz von Pythagoras*:

$$\|v + w\|^2 = \|v\|^2 + \|w\|^2$$

3. Seien $v, w \in V$ mit $w \neq 0$. Berechnen Sie $\lambda \in \mathbb{R}$, so dass

$$\langle v - \lambda w, w\rangle = 0\,.$$