Anwesenheitsaufgaben zur Vorlesung „Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik“ im Wintersemester 2010/11 bei Prof. Dr. V. Bangert

Blatt 01 18. 10. 2010

1. Es gelten folgende Rechenregeln für Mengen:

   Seien A, B, C Mengen

   - “Distributivgesetze“:
     $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
     $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
   - “De Morgansche Regeln“:
     $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
     $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

   Verdeutlichen Sie sich diese Regeln, indem Sie entsprechende Diagramme zeichnen.

2. Skizzieren Sie die Bereiche der (x, y)-Ebene, für die gilt, dass

   (a) $x \leq \sqrt{|y|}$

   (b) $x^2 + y^2 \leq 1$

   Zeichnen Sie außerdem die Vereinigung der beiden Mengen ein.

3. (a) Untersuchen Sie, unter welchen Bedingungen an die reellen Zahlen a und b in der Dreiecksungleichung
   $$|a + b| \leq |a| + |b|$$
   Gleichheit auftritt und unter welchen Bedingungen Ungleichheit.

   (b) Verdeutlichen Sie sich folgende Aussage:
   Für beliebige $a \in \mathbb{R}$ und $r \in \mathbb{R}$ mit $r > 0$ gilt: $\{x \in \mathbb{R} \mid |x - a| < r\} =]a - r, a + r[$.

4. Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

   (a) Für alle reellen Zahlen $a \in \mathbb{R}$ gilt: $a^2 \geq 0$ (Tipp: Machen Sie eine Fallunterscheidung.)

   (b) Für alle reellen Zahlen $a, b \in \mathbb{R}$ gilt: $\frac{(a+b)^2}{2} \geq ab$.