Übungen zur Vorlesung „Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik“ im Wintersemester 2010/11 bei Prof. Dr. V. Bangert

Blatt 01 18. 10. 2010

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe auf Ihr Blatt.

1. (a) Welche der folgenden Mengen sind gleich?
   - $A = \{2^2,\ 2\frac{1}{4} + \frac{15}{3},\ \frac{2}{5} + \frac{4}{13},\ \frac{3}{2} + \frac{15}{6}\}$
   - $B = \left\{\frac{29}{4},\ \sqrt[4]{256},\ \frac{1}{1+\frac{19}{46}}\right\}$
   - $C = \{4,\ \frac{53}{13} + \frac{2}{7},\ \frac{14}{5} \cdot \frac{20}{17}\}$

   (b) Betrachten Sie die folgenden Teilmengen von $\mathbb{Z}$:
   - $D = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ ist gerade }\}$
   - $E = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ ist durch 3 teilbar}\}$

   Geben Sie $D \cap E$, $D \setminus E$, $E \setminus D$ in aufzählender Schreibweise an (geben Sie mindestens die dem Betrag nach 8 kleinsten Zahlen an).

2. Geben Sie die Lösungsmengen der folgenden Ungleichungen in Form von reellen Intervallen (und deren Vereinigungen) an. Skizzieren Sie die Lösungsmengen auf der Zahlengeraden.

   (a) $\big||x| - 3\big| \leq 2$

   (b) $2x - 3 > 8x + 2$

   (c) $x^2 - 15x < 3x + 2$

3. Skizzieren Sie die Bereiche der (x, y)-Ebene, für die gilt, dass

   (a) $|x| \leq |y|$

   (b) $|x| + |y| \leq 1$

   Zeichnen Sie außerdem den Durchschnitt der beiden Mengen ein.

4. Folgern Sie aus den Anordnungsaxiomen die folgenden Aussagen:

   (a) Für alle reellen Zahlen $a, b, c \in \mathbb{R}$ gilt: Ist $a < b$ und $c < 0$, so folgt $ac > bc$.

   (b) Für alle reellen Zahlen $x \neq 0$ gilt: $|x + \frac{1}{x}| \geq 2$.
   Außerdem gilt $|x + \frac{1}{x}| = 2$ genau dann, wenn $x \in \{-1, 1\}$.

Abgabe: Montag, 25. 10. vor der Vorlesung
Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt