Übungen zur Vorlesung „Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik“ im Wintersemester 2010/11 bei Prof. Dr. V. Bangert

Blatt 14 31.01.2010

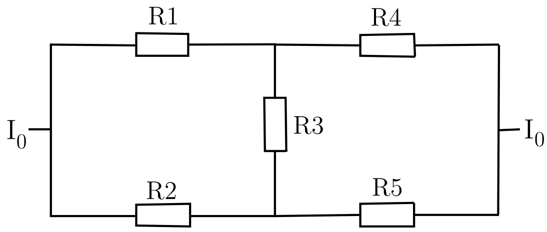
1. Lösen Sie mit dem Gaußverfahren folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} 7 & 4 & 8 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 6 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix}, \qquad a \in \mathbb{R}$$

2. Berechnen Sie die Ströme in der Wheatstoneschen Brücke (siehe Skizze) für einen beliebigen Gesamtstrom $I_0 > 0A$ (Ampere) und die Widerstände $R_1 = 2\Omega$ (Ohm), $R_2 = 1\Omega$, $R_3 = 3\Omega$, $R_4 = 5\Omega$ und $R_5 = 4\Omega$. Verwenden Sie hierzu die Kirchhoff'schen Regeln:

   (a) Knotenregel: In jedem Verzweigungspunkt (Knoten) ist die Summe der zu- oder abfließenden Ströme gleich 0.

   (b) Maschenregel: In jedem geschlossenen Stromkreis (Masche) ist die Summe aller Spannungsanstiege gleich 0 (ein Spannungsabfall ist ein negativer Spannungsanstieg).



   Hinweis: Für den Zusammenhang von Strom I, Spannung U und Widerstand R gilt:
   $$U = RI.$$

3. Berechnen Sie das folgende Matrixprodukt und die folgende Matrixsumme:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2i & 1 \\ 4 & 1 & 2+3i \\ 2-i & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1+\sqrt{2}i \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 2i & 4 \\ 1-2i & 2 & \sqrt{3}i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -i & 3 & 4+i \\ 9 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

4. Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung der folgenden ganzrationalen Funktion:

$$\frac{x^2+1}{(x-a)\cdot(x-1)\cdot(x+1)}, \qquad a \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}.$$

   Stellen Sie dazu das Lineare Gleichungssystem, mit dem Sie die Koeffizienten der Partialbruchzerlegung bestimmen, in Matrixform dar und lösen Sie es mit dem Gaußverfahren.

   Welche Lösungsmenge besitzt dieses Gleichungssystem für $a = -1$ bzw. $a = 1$? Wieso widerspricht dies nicht der Tatsache, dass für alle rationalen Funktionen genau eine Partialbruchzerlegung existiert?

Abgabe: Montag, 07.02.2011, vor der Vorlesung

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt

Anwesenheitsaufgaben zur Vorlesung „Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik“ im Wintersemester 2010/11 bei Prof. Dr. V. Bangert

Blatt 14 31.01.2010

1. Berechnen Sie:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

2. Sei $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$. Für welche m, $n \in \mathbb{N}$ ist das Matrixprodukt $A\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$ definiert?