

Übungen zur Vorlesung „Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik“

im Wintersemester 2010/11 bei Prof. Dr. V. Bangert

Blatt 02

25. 10. 2010

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe auf Ihr Blatt.

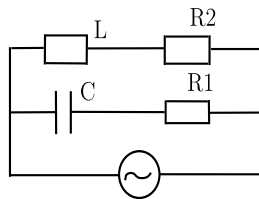
1. Stellen Sie folgende Zahlen in Normalform dar, das heißt in der Form $a + ib$, wobei a und b reell sein sollen.

$$(a) \frac{1}{8 + 4i} \quad (b) \left(\frac{1 + i}{1 - i} \right)^2 \quad (c) (5 - 2i)^3$$

Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen $z = a + ib$, wobei a und b reell sein sollen, die folgende Gleichung lösen.

$$(d) z^2 = i$$

2. Komplexe Zahlen spielen in der Elektrotechnik eine große Rolle: An der unten abgebildeten elektrischen Schaltung mit den Widerständen R_1 , R_2 , der Kapazität C und der Induktivität L wird eine Wechselspannung U mit einer Frequenz ω angelegt.



Der komplexe Widerstand des Stromkreises wird definiert durch

$$Z = \frac{(R_1 - \frac{i}{\omega C})(R_2 + i\omega L)}{(R_1 - \frac{i}{\omega C}) + (R_2 + i\omega L)}$$

- (a) Stellen Sie den obigen Bruch in Normalform dar, das heißt in der Form $a + ib$, wobei a und b reell sein sollen.
- (b) Zeigen Sie: Ist $\omega^2 LC = \frac{L - CR_2^2}{L - CR_1^2}$, so ist Z eine reelle Zahl.
3. Bestimmen Sie für folgende Mengen die Suprema und geben Sie jeweils an, ob das Supremum in der Menge enthalten ist.
- (a) $M_1 = \{x \mid \exists n \in \mathbb{N} : x = (-1)^n (\frac{1}{3n^2})\}$
- (b) Seien $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \geq b \geq c$. $M_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid (x - a) \cdot (x - b) \cdot (x - c) < 0\}$
- (c) $M_3 = \{1 - \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$
4. Zeigen Sie:
- (a) Seien $a, b \in \mathbb{R}$, so gilt $\sup\{a, b\} = \frac{a+b+|b-a|}{2}$.
- (b) Seien $A \subseteq B \subseteq \mathbb{R}$ nach oben beschränkte Teilmengen von \mathbb{R} , so gilt $\sup A \leq \sup B$.

Abgabe: Mittwoch, 3. 11., vor der Vorlesung

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt

**Anwesenheitsaufgaben zur Vorlesung „Mathematik I für
Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik“
im Wintersemester 2010/11 bei Prof. Dr. V. Bangert**

Blatt 02

25. 10. 2010

1. Stellen Sie folgende Zahlen in Normalform dar, das heißt in der Form $a + ib$, wobei a und b reel sein sollen.

$$(a) \frac{1}{12 - 3i} \quad (b) (3 + 4i)^3 \quad (c) \frac{(2 - i) \cdot (7 + 2i)}{1 + 3i}$$

2. Sei $z \neq 0$ eine komplexe Zahl.

Zeigen Sie: Es gilt für alle $w \in \mathbb{C}$:

$$\frac{w}{z} = \frac{w\bar{z}}{|z|^2}.$$

3. Seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$.

Zeigen Sie: $\sup]a, b[= b$.