Übungen zur Vorlesung „Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik“ im Wintersemester 2010/11 bei Prof. Dr. V. Bangert

Blatt 03 03. 11. 2010

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe auf Ihr Blatt.

1. *(6 Punkte) Berechnung des individuellen Steuerbetrags (vgl. Wikipedia)*

   Das zu versteuernde Einkommen (zvE) wird zunächst einer Tarifzone zugeordnet. Sodann lässt sich der jährliche Steuerbetrag (StB) bei Einzelveranlagung nach der entsprechenden Formel berechnen.

   Bei Verheirateten gilt das Ehegattensplitting. Um die Formeln für verheiratete Steuerpflichtige verwenden zu können, wird das zusammen erreichte zu versteuernde Einkommen halbiert, das Ergebnis in die zutreffende Formel als zvE eingesetzt und der dabei errechnete Steuerbetrag verdoppelt.

   Im Veranlagungszeitraum 2010 gelten folgende Formeln (vgl. 52 Abs. 41 EStG):

   Erste Zone (Grundfreibetrag):

   Bis zu einem zvE von 8.004 € fällt keine Steuer an.

   Zweite Zone: zvE von 8.005 € bis 13.469 €

   $$\mathrm{StB} = (912,17 \cdot y + 1400) \cdot y$$

   Dabei ist y ein Zehntausendstel von (zvE - 8.004):

   $$y = \frac{\mathrm{zvE} - 8004}{10000}$$

   Die Division durch 10000 dient lediglich dazu, zu viele Nachkommastellen bei den Faktoren zu vermeiden.

   Dritte Zone: zvE von 13.470 € bis 52.881 €

   $$\mathrm{StB} = (228,74 \cdot z + 2397) \cdot z + 1038$$

   Dabei ist z ein Zehntausendstel von (zvE - 13.469):

   $$z = \frac{\mathrm{zvE} - 13469}{10000}$$

   Vierte Zone: zvE von 52.882 € bis 250.730 €

   Das zvE wird mit dem Grenzsteuersatz von 42 % multipliziert und es wird 8.172 subtrahiert.

   $$\mathrm{StB} = 0,42 \cdot \mathrm{zvE} - 8172$$

Fünfte Zone: zvE ab 250.731 €

Das zvE wird mit dem Grenzsteuersatz von 45 % multipliziert und es wird 15.694 subtrahiert.

$$\text{StB} = 0,45 \cdot \text{zvE} - 15694$$

Aufgaben:

(a) Zeichnen Sie den Graphen der Steuerfunktion $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R}$ für den Definitionsbereich 0€ – 60.000€. Erstellen Sie dazu eine Wertetabelle, die mindestens 3 Werte pro Zone enthält. Sie können den Graphen auch von einem Computerprogramm zeichnen lassen.

(b) Berechnen Sie explizit die Einkommensteuer für ein Einkommen von 18.000€ bzw. 68.000€.

(c) Bei einem Paar betragen das zvE eines Partners x_1€ des anderen Partners x_2€. Dann ist die Gesamtsteuer nach dem Ehegattensplitting durch $2f(\frac{x_1+x_2}{2})$ gegeben. Wieviel kann das Paar bei einer gemeinsamen Veranlagung nach dem Ehegattensplitting im Vergleich zur getrennten Veranlagung sparen, wenn die Einkommen jeweils 18.000€ bzw. 68.000€ betragen?

2. *(4 Punkte)*

(a) Zerlegen Sie für folgende Funktionen den Definitionsbereich in Intervalle, auf denen die Funktion entweder monoton wachsend oder monoton fallend ist. Begründen Sie Ihre Antwort.

$$(i)\ 2x^2 - 3x + 7 \qquad\qquad (ii)\ x^3$$

(b) Bestimmen Sie die Koeffizienten $\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \delta, \in \mathbb{R}$, so dass

$$\alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta = (x-3)(x-5)(x-2)$$

(c) Geben Sie für die Funktionen $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \sqrt{x}$ und $g : \mathbb{R} \setminus \{-4, 2\} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{1}{(x-2)^2(x+4)}$ den maximalen Definitionsbereich D an, auf dem die Komposition $f \circ g$ definiert werden kann.

Abgabe: Montag, 9. 11., vor der Vorlesung

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt