

**Übungen zur Vorlesung „Analysis I“
im WiSe 2013/14 bei Prof. V. Bangert**

Blatt 01

21. Oktober 2013

Bitte geben Sie auf Ihren Lösungen die Nummer Ihrer Übungsgruppe und Ihren Namen an.

1. (a) (2 Punkte) Seien $a, b \in \mathbb{R}$. Leiten Sie aus den Körperaxiomen die folgende binomische Formel her:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

wobei $2 := 1 + 1$.

- (b) (2 Zusatzpunkte) Skizzieren Sie folgende Mengen auf der Zahlengerade:

i. $\{x \in \mathbb{R} \mid ||x| - 3| \leq 2\}$,

ii. $\{x \in \mathbb{R} \mid 2x - 3 > 8x + 2\}$,

iii. $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 5x + 1 > 3x + 4\}$.

2. (4 Punkte) Sei $b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $d \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Leiten Sie aus den Körperaxiomen und Satz 1.1 die folgenden Bruchrechenregeln her:

(a) $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$,

(b) $\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right) = \frac{ac}{bd}$.

3. (4 Punkte) Seien $a, b \in \mathbb{R}$. Leiten Sie aus den Körper- und Anordnungsaxiomen und Satz 1.2 folgende Äquivalenz ab:

$$a > b \iff a^3 > b^3,$$

wobei $a^3 := a \cdot a^2$.

4. (4 Zusatzpunkte) Es sei $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Leiten Sie aus den Körper- und Anordnungsaxiomen und Satz 1.2 folgende Ungleichung ab:

$$\left|a + \frac{1}{a}\right| \geq 2.$$

Abgabe: Montag, 28. Oktober, bis 18 Uhr. Bitte werfen Sie Ihre Lösungen in den dafür vorgesehenen Briefkasten im Kellergeschoss der Eckerstr. 1

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt