

**Übungen zur Vorlesung „Analysis I“
im WiSe 2013/14 bei Prof. V. Bangert**

Blatt 03

04. November 2013

Bitte geben Sie auf Ihren Lösungen die Nummer Ihrer Übungsgruppe und Ihren Namen an.

1. Für welche $n \in \mathbb{N}$ gilt die Ungleichung

$$n! \leq \left(\frac{n}{2}\right)^n?$$

Testen Sie erst mit dem Taschenrechner und beweisen Sie dann Ihre Vermutung.

2. Beweisen Sie mit vollständiger Induktion:

- (a) Sind a_1, \dots, a_n reelle Zahlen, so gilt:

$$\left| \sum_{k=1}^n a_k \right| \leq \sum_{k=1}^n |a_k|.$$

- (b) Für alle $a, b \in \mathbb{R}$ und alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$a^{n+1} - b^{n+1} = (a - b) \left(\sum_{k=0}^n a^{n-k} b^k \right).$$

3. Untersuchen Sie die Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

- (a) Für $n \in \mathbb{N}$ sei

$$a_n := \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^n.$$

Hinweis: Bernoullische Ungleichung.

- (b) Für $n \in \mathbb{N}$ sei

$$b_n := (-1)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right).$$

4. Es seien $a, b \in \mathbb{R}$ und $a < b$. Zeigen Sie: Die Menge $\{r \in \mathbb{Q} \mid a < r < b\}$ ist nicht endlich.

Hinweis: Verwenden sie Anwesenheitsaufgabe 3.

Abgabe: Montag, 11. November, bis 18 Uhr. Bitte werfen Sie Ihre Lösungen in den dafür vorgesehenen Briefkasten im Kellergeschoss der Eckerstr. 1

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt

Anwesenheitsaufgaben

1. Zeigen Sie für alle natürlichen Zahlen $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{i=1}^n i + \sum_{i=1}^n (n+1-i) = n(n+1).$$

Folgern Sie daraus die arithmetische Summenformel:

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}.$$

2. Für welche $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} < 2 - \frac{1}{n}$$

3. Zeigen Sie: Jede nichtleere, endliche Menge M von reellen Zahlen besitzt ein größtes Element (genannt $\max M$) und ein kleinstes Element (genannt $\min M$).

Erstsemester-Hütte

Bald ist es endlich soweit und es geht auf die Ersti- Hütte ins Dekan-Strohmeier-Haus im Münstertal im Schwarzwald.

Wann gehts los???

Am Freitag, den **6. Dezember** und zurück kommen wir am Sonntag, den **8.12.13**

Was tut man eigentlich auf so einer Hütte???

Mitstudierende kennenlernen, an lustigen Workshops teilnehmen, spielen, uvm.

Und was kostet das???

20 Euro

Wie melde ich mich an???

Dienstag, den 12. November, könnt ihr euch nach der Vorlesung **um 10.00 vor der Mathe-Fachschaft** anmelden. Hierbei sind auch die 20 zu bezahlen. Falls du nicht selbst kommen kannst, schicke eine/n FreundIn. Wir benötigen folgende Infos: E-Mailadresse, Geburtsdatum, Vegetarier, Allergien, Semesterticket und ob man einen Kuchen mitbringt.

Wenn ihr noch Fragen habt, mailt uns an erstihuette@googlemail.com.

Hannah, Julia, Lea & die Mathefachschaft