Abteilung für Mathematische Logik
Prof. Dr. Martin Ziegler
Übungen: Dr. Giorgio Laguzzi

Mathematische Logik

Sommersemester 2015

Übungsblatt 6, 08.05.2015

Definition 1. Seien T eine Theorie und ϕ eine Formel. Wir schreiben $T \models \phi$ genau dann, wenn für alle Strukturen $\mathfrak{A}$ sodaß $\mathfrak{A} \models T$, $\mathfrak{A} \models \phi$ gilt.

Aufgabe 1. Sei T eine universelle Theorie. Beweisen Sie: Für jede existentielle Aussage

$$\phi = \exists x_1 \dots \exists x_n \psi(x_1, \dots, x_n),$$

$T \models \phi$ genau dann, wenn es konstante Terme

$$t_1^1, \dots t_n^1, \dots, t_1^N, \dots t_n^N$$

gibt, sodaß $T \models \bigvee_{i=1}^N \psi(t^i) = \psi(t_1^1, \dots t_n^1) \vee \dots \vee \bigvee_{i=1}^N \psi(t_1^N, \dots t_n^N)$.

Aufgabe 2. Sei $\mathfrak{B}$ eine Unterstruktur von $\mathfrak{A}$. Zeigen Sie, daß für alle universellen $\phi(x_1, \dots, x_n)$ und für jedes endliche Tupel $\bar{b}$ aus B

$$\mathfrak{A} \models \phi[\bar{b}] \Rightarrow \mathfrak{B} \models \phi[\bar{b}].$$

Aufgabe 3. Seien $\mathfrak{A}$ eine L-Struktur und $\mathfrak{B} \subseteq \mathfrak{A}$ sodaß für jedes endliche Tupel $b_1, \dots, b_n \in B$, $a \in A$ es gibt $\alpha \in \mathrm{Aut}(\mathfrak{A})$ sodaß $\alpha(b_i) = b_i$, für $i = 1, \dots n$, $\alpha(a) \in B$. Zeigen Sie, daß $\mathfrak{B}$ eine elementare Unterstruktur von $\mathfrak{A}$ ist.

Abgabe am 15.06.2015 vor 16 Uhr.