

## Übungen zur Elementargeometrie – Blatt 6

**Aufgabe 1.** Man zeige den **Cosinus-Satz**  $a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma = c^2$  für jedes Dreieck mit positiven Seitenlängen  $a, b, c$  und jeweils den entsprechenden Seiten gegenüberliegenden nichtorientierten Winkeln  $\alpha, \beta, \gamma$ . Man zeige in denselben Notationen auch den **Sinus-Satz**

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

Hinweis: Man wähle eine Seite als horizontale Seite aus und berechne die Höhe unseres Dreiecks auf verschiedene Weisen. Hier meinen  $a, b, c$  die  $m$ -Normen der jeweiligen Seiten in Bezug auf einen festen von Null verschiedenen Richtungsvektor  $m$ .

**Aufgabe 2.** Je zwei angeordnete Dreiecke  $\{A, B, C\}$  und  $\{A', B', C'\}$  einer Kongruenzebene  $(E, K)$  mit zwei gleichen Seiten  $a = a'$  sowie  $b = b'$  und gleichem eingeschlossenen Winkel  $\gamma = \gamma'$  sind kongruent. Gilt statt  $\gamma = \gamma'$  eine der Gleichheiten  $\alpha = \alpha'$  oder  $\beta = \beta'$ , so brauchen unsere angeordneten Dreiecke nicht kongruent sein.

**Aufgabe 3.** Je zwei angeordnete Dreiecke  $\{A, B, C\}$  und  $\{A', B', C'\}$  einer Kongruenzebene  $(E, K)$  mit gleichen Seiten  $c = c'$  sowie gleichen anliegenden Winkeln  $\alpha = \alpha'$  und  $\beta = \beta'$  sind kongruent. Dasselbe gilt auch unter der Annahme ( $c = c'$  und  $\alpha = \alpha'$  und  $\gamma = \gamma'$ ). Hinweis: Sinussatz und vorhergehende Aufgaben.

**Aufgabe 4.** Je zwei angeordnete Dreiecke  $\{A, B, C\}$  und  $\{A', B', C'\}$  einer Kongruenzebene  $(E, K)$  mit drei gleichen Seiten  $a = a', b = b', c = c'$  sind kongruent. Hinweis: Cosinussatz und vorhergehende Aufgaben.