Prof. Dr. Wolfgang Soergel
Dr. Giorgio Laguzzi

Universität Freiburg
SS 2018

Übungen zur Elementargeometrie – Blatt 8

Aufgabe 1. Man berechne den Cosinus des Winkels zwischen zwei Seitenflächen eines Tetraeders.

Hinweis: Man argumentiere, daßdie Normalenvektoren auf die Flächen eines Tetraeders die Ecken eines Tetraeders bilden. Man bemerke, daßdie Standardbasisvektoren im $\mathbb{R}^4$ einen Tetraeder bilden. Wieviele Tetraeder kann man längs einer gemeinsamen Kante zusammenlegen? Bleibt dann noch Luft? Hier mag ein Taschenrechner helfen.

Aufgabe 2. Gegeben ein zusammenhängender ebener Graph, bei dem an jeder Ecke drei Kanten ankommen, leite man aus der Eulerschen Formel $E - K + F = 2$ her, daßes eine Fläche mit höchstens fünf Kanten geben muß. Hier haben wir die unbeschränkte Fläche mitgezählt.

Aufgabe 3. Sei P ein platonischer Körper mit *Schläfli-Symbol* $\{p, q\}$, wobei jede Fläche von P ein regelmäßiges p-Eck ist und q angibt, wie viele solcher Polygone an jeder Ecke zusammenstoßen.

Zeigen Sie:

1. $K = \frac{2pq}{4-(p-2)(q-2)}$
2. $E = \frac{4p}{4-(p-2)(q-2)}$
3. $F = \frac{4q}{4-(p-2)q-2}$

Hinweis: Verwenden Sie die Eulersche Formel $E - K + F = 2$.

Aufgabe 4. Man finde eine Bewegung, die die Quadrik $xy + 3x$ in ihre Standardform überführt.

Aufgabe 5. Man zeige, daßsich die Nullstellenmenge einer Quadrik $ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f$ stets als Urbild des Doppelkegels $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = z^2\}$ unter einer Isometrie $\mathbb{R}^2 \hookrightarrow \mathbb{R}^3$ schreiben läßt, es sei denn, die Nullstellenmenge unserer Quadrik ist leer oder besteht aus zwei parallelen Geraden oder aus dem ganzen $\mathbb{R}^2$.

Abgabefrist: 19.6.2018, *vor* 14 Uhr, im Logik-Flur (3. Stock) in der Ernst-Zermelo-Straße.