Prof. Dr. Wolfgang Soergel
Dr. Giorgio Laguzzi

Universität Freiburg
SS 2018

Übungen zur Elementargeometrie – Blatt 9

Aufgabe 1. Sei K ein Körper. Man zeige: Gegeben zwei Tripel von paarweise verschiedenen Ursprungsgeraden in der Ebene K^2 gibt es stets eine lineare Abbildung, die das eine Tripel in das andere überführt, und diese lineare Abbildung ist eindeutig bestimmt bis auf einen Skalar.

Aufgabe 2. Sei K ein Körper. Die vorhergehende Übung zeigt, dass es für jedes Quadrupel (x_1, x_2, x_3, x_4) von paarweise verschiedenen Punkten der projektiven Gerade $\mathbb{P}^1 K$ genau ein Element $g \in \mathrm{PGL}(2; K)$ gibt, dass es in ein Quadrupel der Gestalt $(x, 0, 1, \infty)$ überführt. Man zeige, dass hier x im Fall, dass keiner unserer ursprünglichen Punkte ∞ ist, gegeben wird durch die Formel

$$x = \frac{x_1 - x_2}{x_1 - x_4} \Big/ \frac{x_3 - x_2}{x_3 - x_4}$$

Aufgabe 3. Man zeige, dass in einer projektiven Inzidenzebene jede Gerade mindestens drei Punkte hat.

Aufgabe 4. Man zeige ohne auf den Koordinatisierungssatz zurückzugreifen, dass eine projektive Inzidenzebene genau dann die Pappus-Eigenschaft hat, wenn die duale projektive Inzidenzebene die Pappus-Eigenschaft hat.

Aufgabe 5. Man leite die projektive Pappus-Eigenschaft für die projektive Inzidenzebene eines Körpers aus der affinen Pappus-Eigenschaft her.

Abgabefrist: 10.7.2018, *vor* 14 Uhr, im Logik-Flur (3. Stock) in der Ernst-Zermelo-Straße.