

# Übungen zur Vorlesung Logik für Informatiker

## WS 2012-2013, Übungsblatt 10

Name: .....  
Vorname: .....  
Matrikelnummer: .....  
Übungsgruppe: .....  
Tutor: .....

**Aufgabe 37:** Sei  $L = \{0, S\}$  eine Sprache mit Konstantensymbol  $0$  und einem Funktionssymbol  $S$ . Sei  $\mathbf{TS}$  die Menge, die durch die folgenden Aussagen gebildet wird:

1.  $\forall x(0 \neq Sx)$
2.  $\forall x \forall y(Sx = Sy \rightarrow x = y)$
3.  $\forall x(x \neq 0 \rightarrow \exists y(x = Sy))$

- Zeigen Sie, dass ein endlich  $L$ -Modell für  $\mathbf{TS}$  nicht existiert;
- Finden Sie zwei unendliche  $L$ -Modelle  $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}$  so dass  $\mathfrak{A}$  und  $\mathfrak{B}$  nicht isomorph sind.

**Aufgabe 38:** Sei  $\mathbf{Form}^L$  die  $L$ -Formelmenge. Für jede  $L$ -Formel  $\varphi$  definieren wir das folgende Axiom (Induktionaxiom für  $\varphi$ ):

$$I_\varphi := \left( \varphi \frac{0}{x} \wedge \forall y \left( \varphi \frac{y}{x} \rightarrow \varphi \frac{Sy}{x} \right) \right) \rightarrow \forall x \varphi.$$

Sei  $\mathbf{TS}^* := \mathbf{TS} \cup \{I_\varphi : \varphi \in \mathbf{Form}^L\}$ . Finden Sie eine unendliche  $L$ -Struktur  $\mathfrak{A}$ , so dass

$$\mathfrak{A} \models \mathbf{TS} \text{ und } \mathfrak{A} \not\models \mathbf{TS}^*.$$

**Aufgabe 39:** Finden Sie drei Gegenbeispiele zu dem Substitutionslemma für Formeln (Lemma 2.2.5 auf Seite 18 im Skript von Prof. Dr. Ziegler), wenn die Voraussetzung “ $x$  frei für  $s$ ” nicht erfüllt ist.

**Aufgabe 40:** Zeigen Sie, dass  $\mathbb{N}$  und  $\mathbb{R}$  nicht isomorphe Strukturen sind.

*Abgabe am Mittwoch, den 16.01.2013, vor der Vorlesung.* Geben Sie Ihre Lösungen einschließlich dieses Aufgabenblatts ab. Schreiben Sie auf das Aufgabenblatt und auf jedes Arbeitsblatt Ihren Namen und Übungsgruppe.

Alle Übungsblätter finden Sie auf der Seite:  
<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mottoros/ws12-13logikfuerinformatik.html>