

Übungen zur Vorlesung Logik für Informatiker WS 2012-2013, Übungsblatt 12

Name:
Vorname:
Matrikelnummer:
Übungsgruppe:
Tutor:

Definition 1 Sei $\Gamma = \{\phi_0, \dots, \phi_n\}$ eine Formelmenge und ψ eine Formel. Wir schreiben $\Gamma \vdash \psi$ (oder $\phi_0, \dots, \phi_n \vdash \psi$) gdw ψ beweisbar ist in dem Hilbertkalkül (Skript von Prof. Dr. Ziegler auf Seite 21), in dem wir **B1** ersetzen durch

B1* : “ ψ ist eine Tautologie oder $\psi \in \Gamma$ ”.

Aufgabe 45: Seien ϕ, ψ, χ Aussagen. Zeigen Sie:

- (a) $\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \chi) \vdash \psi \rightarrow (\phi \rightarrow \chi)$
- (b) $\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \chi) \vdash (\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\phi \rightarrow \chi)$
- (c) $(\phi \rightarrow \psi) \rightarrow \phi \vdash \phi$.

Aufgabe 46: Welches Beweisen in der vorherigen Aufgabe sind reversibel? (Wobei “reversibel” bedeutet, dass $B \vdash A$, wenn $A \vdash B$.)

Aufgabe 47: Zeigen Sie, dass

$$\phi_0, \phi_1 \dots \phi_n \vdash \psi \text{ gdw } \vdash \phi_0 \wedge \phi_1 \wedge \dots \wedge \phi_n \rightarrow \psi.$$

Aufgabe 48: Sei $L = \{\{a\}_{n \in \mathbb{N}}, R, F\}$ eine Sprache mit Konstantensymbolen a_n , zweistelligem Prädikatssymbol R und einstelligem Funktionssymbol F . Sei

$$\Gamma = \{\forall x \exists y Rxy, \exists x \forall y Rxy, \forall x F F x \doteq x, \forall x \neg (F x \doteq x)\}.$$

- (a) Zeigen sie, dass:
- für alle $n \in \mathbb{N}$, $\Gamma \vdash \exists z R a_n z$
 - für alle $n \in \mathbb{N}$, $\Gamma \not\vdash \forall z R a_n z$
 - $\Gamma \vdash \exists z R z F F z$.
- (b) Finden Sie eine L -Struktur \mathfrak{A} , so dass für alle $n \in \mathbb{N}$, $\mathfrak{A} \models \Gamma \cup \{\forall z R a_n z\}$.
- (c) Finden Sie eine L -Struktur \mathfrak{A} , so dass für alle $n \in \mathbb{N}$, $\mathfrak{A} \models \Gamma \cup \{\neg \forall z R a_n z\}$.

Abgabe am Mittwoch, den 30.01.2013, vor der Vorlesung. Geben Sie Ihre Lösungen einschließlich dieses Aufgabenblatts ab. Schreiben Sie auf das Aufgabenblatt und auf jedes Arbeitsblatt Ihren Namen und Übungsgruppe.

Alle Übungsblätter finden Sie auf der Seite:
<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mottoros/ws12-13logikfuerinformatik.html>