

Übungen zur Vorlesung Logik für Informatiker

WS 2012-2013, Übungsblatt 13

Name:
Vorname:
Matrikelnummer:
Übungsgruppe:
Tutor:

Aufgabe 49: Geben Sie eine Registermaschine über dem Alphabet $\mathcal{A} = \{ |, \# \}$ an, welche bei Eingabe zweier natürlicher Zahlen n und m das Produkt $n \cdot m$ ausgibt.

Aufgabe 50: Wir definieren eine Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ wie folgt. Für $n \in \mathbb{N}$ sei $f(n)$ die größte Schrittzahl, die ein Registerprogramm bei leerer Eingabe läuft, dessen Programmcode höchstens Länge n hat. Zeigen Sie, dass es kein Registerprogramm geben kann, welches bei Eingabe n den Wert $f(n)$ berechnet.

Aufgabe 51: Definition 1 (a) Eine Aussage ϕ ist universell gdw ϕ die Form

$$\forall v_0 \dots \forall v_n \psi(v_0, \dots, v_n)$$

hat.

(b) Eine Aussage ϕ ist existentiell gdw ϕ die Form

$$\exists v_0 \dots \exists v_n \psi(v_0, \dots, v_n)$$

hat.

(c) Eine Aussage ist einfach, wenn sie nach den folgenden Regeln gebildet ist:

- jede Aussage ohne Quantoren ist einfach;
- jede universelle Aussage ist einfach;
- jede existentielle Aussage ist einfach;
- wenn ϕ, ψ einfache Aussagen sind dann sind $\neg\phi$, $\phi \wedge \psi$, $\phi \vee \psi$, $\phi \rightarrow \psi$ einfache Aussagen.

Sei $L = \{\{P_n\}_{n \leq 7}\}$ eine Sprache mit einstelligem Prädikatssymbolen P_0, \dots, P_7 . Finden Sie eine äquivalente einfache Form der folgenden Aussage:

$$\forall x(\exists y((P_0x \wedge P_1y) \vee (P_2y \wedge P_3y)) \wedge \forall z(P_4x \wedge (P_5z \vee P_6z \vee P_7x))).$$

Aufgabe 52: Sei $L = \{\{R\}_{n \in \mathbb{N}}\}$ eine Sprache mit zweistelligem Prädikatssymbol R_n . Finden Sie eine Aussage ohne äquivalente einfache Form.

Abgabe am Mittwoch, den 06.02.2013, vor der Vorlesung. Geben Sie Ihre Lösungen einschließlich dieses Aufgabenblatts ab. Schreiben Sie auf das Aufgabenblatt und auf jedes Arbeitsblatt Ihren Namen und Übungsgruppe.

Alle Übungsblätter finden Sie auf der Seite:
<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mottoros/ws12-13logikfuerinformatik.html>