Abteilung für Mathematische Logik
Prof. Dr. Martin Ziegler
Dr. Luca Motto Ros

31.10.2011

Übungen zur Vorlesung Logik für Studierende der Informatik

WS 2012-2013, Übungsblatt 2

Name:	....
Vorname:	....
Matrikelnummer:	....
Übungsgruppe:	....
Tutor:	....

Aufgabe 5: Zeigen Sie, dass die folgenden Formeln (aussagenlogische) Tautologien sind:

- $((A \to B) \leftrightarrow (\neg B \to A))$
- $((A \wedge \neg A) \to B)$
- $(A \to (B \to A))$
- $(\neg A \to (A \to B))$
- $((A \to (B \wedge \neg B)) \to \neg A)$
- $((\neg A \to A) \to A)$
- $(((A \to B) \to A) \to A)$
- $((A \to B) \vee (B \to A))$
- $((A \to (B \to C)) \leftrightarrow (B \to (A \to C)))$
- $(((A \to C) \wedge (B \to C)) \leftrightarrow ((A \vee B) \to C))$
- $(((A \to B) \wedge (\neg A \to B)) \to B)$

- $((A \wedge (\neg A \vee B)) \rightarrow B)$
- $((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \leftrightarrow ((A \wedge B) \rightarrow C))$

Aufgabe 6: Sei F, G zwei aussagenlogische Formeln. Wir sagen F *impliziert tautologisch* G oder F *impliziert* G, in Zeichen $F \models G$, gdw für jede Wahrheitsbelegung $\mathcal{A}$ aller Symbole, die in F oder in G auftreten, gilt: Wenn $\mathcal{A}(F) = 1$, dann $\mathcal{A}(G) = 1$.

Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

(a) $F \vDash G$

(b) $\vDash F \rightarrow G$

(c) $F \wedge \neg G$ ist nicht erfüllbar

(d) $F \equiv F \wedge G$.

Aufgabe 7: Eine Junktorenmenge $\mathcal{J}$ heißt *vollständig*, gdw es zu jeder aussagenlogischen Formel F eine (tautologisch) äquivalente aussagenlogische Formel G gibt, die nur Junktoren aus $\mathcal{J}$ enthält.

- Zeigen Sie, dass $\{\neg, \rightarrow\}$ eine vollständige Junktorenmenge ist. Analoges gilt für $\vee$ anstelle von $\rightarrow$ und für $\wedge$ anstelle von $\rightarrow$.
- Für den Junktor | („Sheffer stroke”, „weder noch”, informatik „XAND”) gilt: $\mathcal{A}((F_1 \mid F_2)) = 1$ gdw $\mathcal{A}(F_1) = 0$ und $\mathcal{A}(F_2) = 0$ für alle Wahrheitsbelegungen $\mathcal{A}$. Zeigen Sie, dass $\{|\}$ eine vollständige Junktorenmenge ist.

Aufgabe 8: Sei F die aussagenlogische Formel

$$((A \rightarrow \neg B) \wedge ((\neg A \vee C) \leftrightarrow \neg B)).$$

Finden Sie eine aussagenlogische Formel F_0 in disjunktiver Normalform und eine aussagenlogische Formel F_1 in konjunktiver Normalform, so dass $F \equiv F_0$ und $F \equiv F_1$. Zeigen Sie, dass F_0 und F_1 die gewünschten Eigenschaften haben.

Abgabe am Mittwoch, den 07.11.2012, vor der Vorlesung. Geben Sie Ihre Lösungen einschlielich dieses Aufgabenblatts ab. Schreiben Sie auf das Aufgabenblatt und auf jedes Arbeitsblatt Ihren Namen und Übungsgruppe.

Alle Übungsblätter finden Sie auf der Seite:
http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mottoros/ws12-13logikfuerinformatik.html