

# Übungen zur Vorlesung Logik für Informatiker WS 2012-2013, Übungsblatt 4

Name: .....  
Vorname: .....  
Matrikelnummer: .....  
Übungsgruppe: .....  
Tutor: .....

**Aufgabe 13:** Schreiben Sie die äquivalente konjunktive und disjunktive Normalform der folgenden Formeln:

- $\varphi_0: ((A \rightarrow B) \rightarrow C) \wedge (A \wedge C);$
- $\varphi_1: \neg(A \wedge B) \rightarrow (A \wedge C) \vee (A \wedge D);$
- $\varphi_2: A \wedge B \wedge C;$
- $\varphi_3: (A \wedge B \wedge C) \rightarrow \neg(A \wedge D) \vee C;$
- $\varphi_4: ((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow ((C \vee D) \vee A).$

Gibt es Tautologien unter diesen Formeln? Gibt es unerfüllbare Formeln? Geben Sie, für jede Formel  $\varphi_i$ , mindestens eine Belegung  $\mathcal{A}$ , so dass  $\mathcal{A}(\varphi_i) = 1$ .

**Aufgabe 14: Notation:**

$\bigvee_{i < n} A_j$  steht für  $A_0 \vee A_1 \vee \dots \vee A_{n-1}$ , und  
 $\bigwedge_{i < n} A_j$  steht für  $A_0 \wedge A_1 \wedge \dots \wedge A_{n-1}$ .

Sei  $\varphi = \bigvee_{i < n} \bigwedge_{j < k_i} A_{ij}$  eine aussagenlogische Formel in disjunktive Normalform (die  $A_{i,j}$  sind Literale). Zeigen Sie:  $\varphi$  ist nicht erfüllbar gdw es für alle  $i < n$  zwei Indizes  $j_0, j_1$  gibt, so dass  $A_{i,j_0} = \neg A_{i,j_1}$ .

**Aufgabe 15:** Eine Menge  $\Gamma$  aussagenlogischer Formeln heißt *erfüllbar* gdw es eine Belegung  $\mathcal{A}$  gibt, so dass für alle  $\varphi \in \Gamma$ ,  $\mathcal{A}(\varphi) = 1$ .

Zeigen Sie: für jede aussagenlogische Formel  $\psi$ ,

$$\Gamma \models \psi \text{ gdw } \Gamma \cup \{\neg\psi\} \text{ ist nicht erfüllbar.}$$

**Aufgabe 16:** Beweisen Sie: Wenn eine boolesche Algebra  $n$  Generatoren hat, dann hat sie höchstens  $2^{2^n}$  Elemente. (Hinweis: Verwenden Sie die Aufgabe 11(b), Übungsblatt 3).

*Abgabe am Mittwoch, den 21.11.2012, vor der Vorlesung.* Geben Sie Ihre Lösungen einschließlich dieses Aufgabenblatts ab. Schreiben Sie auf das Aufgabenblatt und auf jedes Arbeitsblatt Ihren Namen und Übungsgruppe.

Alle Übungsblätter finden Sie auf der Seite:  
<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mottoros/ws12-13logikfuerinformatik.html>