**Abteilung für Mathematische Logik**
Prof. Dr. Martin Ziegler
Dr. Giorgio Laguzzi

28.11.2011

# Übungen zur Vorlesung Logik für Informatiker

## WS 2012-2013, Übungsblatt 6

**Name**: ......................................................

**Vorname**: ......................................................

**Matrikelnummer**: ......................................................

**Übungsgruppe**: ......................................................

**Tutor**: ......................................................

**Aufgabe 21:** Sei $\Psi = \{\psi_n : n \in \omega\}$ eine Menge aussagenlogischer Formeln. Gibt es $\Delta = \{\delta_n : n \in I\}$, I endliche oder $I = \mathbb{N}$, mit den Eigenschaften (a) und (b)?

(a) Für jedes $\varphi$ gilt: $\Psi \models \varphi$ gdw $\Delta \models \varphi$.

(b) Kein $\delta_n$ folgt aus $\bigwedge_{j<n} \delta_j$.

**Aufgabe 22:** Man finde zu jedem $n \geq 2$ eine aussagenlogische Formel $\varphi$ in den Variablen $A_1, \ldots, A_n$ von Länge $O(n^3)$, so dass für jede Belegung $\mathcal{B}$,

$$\mathcal{B}(\varphi) = 1 \text{ gdw } |\{j \in \{1, \ldots, n\} : \mathcal{B}(A_j) = 1\}| \leq 2.$$

**Aufgabe 23:** Wie in Aufgabe 23 suchen wir eine aussagenlogische Formel $\varphi$ in den Variablen $A_1, \ldots, A_n$ so dass

$$\mathcal{B}(\varphi) = 1 \text{ gdw } |\{j \in \{1, \ldots, n\} : \mathcal{B}(A_j) = 1\}| \leq k \text{ (mit } k \leq n).$$

Zeigen Sie, dass es so eine $\varphi$ von Länge $O(n^{k+1})$ gibt.

**Aufgabe 24:** Sei $\Delta \cup \Sigma$ eine Menge aussagenlogischer Formeln. $\Delta$ heißt *unabhängig* gdw für alle $\varphi \in \Delta$

$$\Delta \setminus \{\varphi\} \not\models \varphi.$$

$\Delta$ heißt eine *Axiomatisierung von* $\Sigma$ gdw

$$\{\varphi : \Sigma \models \varphi\} = \{\varphi : \Delta \models \varphi\}$$

Hat jede Menge $\Sigma$ aussagenlogischer Formeln hat eine unabhängige Axiomatisierung?

*Abgabe am Mittwoch, den 5.12.2012, vor der Vorlesung.* Geben Sie Ihre Lösungen einschließlich dieses Aufgabenblatts ab. Schreiben Sie auf das Aufgabenblatt und auf jedes Arbeitsblatt Ihren Namen und Übungsgruppe.

Alle Übungsblätter finden Sie auf der Seite:
http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mottoros/ws12-13logikfuerinformatik.html