

# Übungen zur Vorlesung Logik für Informatiker

## WS 2012-2013, Übungsblatt 8

Name: .....  
Vorname: .....  
Matrikelnummer: .....  
Übungsgruppe: .....  
Tutor: .....

**Aufgabe 29:** Sei  $L = \{F\}$  eine Sprache der Logik erster Stufe mit zweistelligem Funktionssymbol  $F$ . Wir definieren  $2\mathbb{N} := \{2n : n \in \mathbb{N}\}$ .

- Zeigen Sie, dass  $(\mathbb{N}, +)$  und  $(2\mathbb{N}, +)$  isomorphe  $L$ -Strukturen sind.
- Zeigen Sie, dass  $(\mathbb{N}, +)$  und  $(\mathbb{Z}, +)$  nicht isomorphe  $L$ -Strukturen sind.

**Aufgabe 30:** Sei  $L_1 = \{F, R\}$  eine Sprache der Logik erster Stufe mit zweistelligem Funktionssymbol  $F$  und zweistelligem Prädikatssymbol  $R$ . Sei  $L_2 = L_1 \setminus \{F\}$ . Wir definieren  $\mathbb{N}^{>k} := \{n > k : n \in \mathbb{N}\}$ , für jede  $k \in \mathbb{N}$ .

- Zeigen Sie, dass  $(\mathbb{N}^{>5}, +, \leq)$  und  $(\mathbb{N}^{>0}, +, \leq)$  nicht isomorphe  $L_1$ -Strukturen sind.
- Zeigen Sie, dass  $(\mathbb{N}^{>5}, \leq)$  und  $(\mathbb{N}^{>0}, \leq)$  isomorphe  $L_2$ -Strukturen sind.

**Aufgabe 31:** Sei  $L = \emptyset$  die leere Sprache. Zeigen Sie, dass  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$  und  $\mathbb{Q}$  isomorphe  $L$ -Strukturen sind.

**Aufgabe 32:** Sei  $L = \{P, R\}$  eine Sprache mit einstelligem Prädikatssymbolen  $P, R$ . Für jede der folgenden Aussagen finden Sie eine  $L$ -Struktur in welcher sie falsch ist, und eine  $L$ -Struktur in welcher sie wahr ist:

- $(\exists x P(x) \wedge \exists x R(x)) \rightarrow \exists x (P(x) \wedge R(x))$ ;
- $\exists x (P(x) \wedge R(x)) \rightarrow (\exists x P(x) \wedge \exists x R(x))$ ;
- $\forall x (P(x) \wedge R(x)) \rightarrow (\forall x P(x) \wedge \forall x R(x))$ .

(Achtung: In einigen Fällen kann es eine solche Struktur nicht geben...)

*Abgabe am Mittwoch, den 19.12.2012, vor der Vorlesung.* Geben Sie Ihre Lösungen einschließlich dieses Aufgabenblatts ab. Schreiben Sie auf das Aufgabenblatt und auf jedes Arbeitsblatt Ihren Namen und Übungsgruppe.

Alle Übungsblätter finden Sie auf der Seite:  
<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mottoros/ws12-13logikfuerinformatik.html>