

# Übungen zur Vorlesung Logik für Informatiker WS 2012-2013, Übungsblatt 9

Name: .....  
Vorname: .....  
Matrikelnummer: .....  
Übungsgruppe: .....  
Tutor: .....

**Definition 1** Für alle  $(x, y), (x', y') \in \mathbb{N} \times \{0, 1\}$  definieren wir:

$$\begin{aligned}(x, y) \equiv (x', y') & \quad \text{gdw} \quad (x = x' \text{ und } y = y'). \\(x, y) \triangleleft^1 (x', y') & \quad \text{gdw} \quad (x < x' \text{ or } (x = x' \text{ und } y < y')) \\(x, y) \triangleleft^2 (x', y') & \quad \text{gdw} \quad (y < y' \text{ or } (y = y' \text{ und } x < x')).\end{aligned}$$

Sei  $L = \{R, E\}$  eine Sprache der Logik erster Stufe mit zweistelligen Prädikatssymbolen  $R, E$ .

**Aufgabe 33:** Zeigen Sie, dass  $(\mathbb{N}, <, =)$  und  $(\mathbb{N} \times \{0, 1\}, \triangleleft^1, \equiv)$  isomorphe  $L$ -Strukturen sind.

**Aufgabe 34:** Zeigen Sie, dass  $(\mathbb{N}, <, =)$  und  $(\mathbb{N} \times \{0, 1\}, \triangleleft^2, \equiv)$  nicht isomorphe  $L$ -Strukturen sind.

**Aufgabe 35:** Finden Sie  $\triangleleft$  so dass  $(\mathbb{N}, <, =)$  und  $(\mathbb{Z}, \triangleleft, =)$  isomorphe  $L$ -Strukturen sind.

**Aufgabe 36: Definition 2** Sei  $\Gamma$  eine Menge von Aussagen und  $\phi$  eine Aussage. Wir schreiben  $\Gamma \models \phi$  gdw für alle Strukturen  $\mathfrak{A}$  gilt: Wenn für alle Aussagen  $\psi \in \Gamma$ ,  $\mathfrak{A} \models \psi$ , so gilt auch  $\mathfrak{A} \models \phi$ .

Sei  $L = \{\circ, e\}$  eine Sprache und sei  $\Gamma$  die Menge die durch die folgenden Aussagen gebildet wird:

- (1)  $\forall x(x \circ e = e \circ x = x)$
- (2)  $\forall x \exists y(x \circ y = y \circ x = e)$
- (3)  $\forall x \forall y \forall z((x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z))$ .

((1)-(2)-(3) heißen Gruppeaxiome.)

Zeigen Sie:

- (a)  $\Gamma \not\models \forall x \forall y(x \circ y = y \circ x)$
- (b)  $\Gamma \not\models \neg \forall x \forall y(x \circ y = y \circ x)$

*Abgabe am Mittwoch, den 09.01.2013, vor der Vorlesung.* Geben Sie Ihre Lösungen einschließlich dieses Aufgabenblatts ab. Schreiben Sie auf das Aufgabenblatt und auf jedes Arbeitsblatt Ihren Namen und Übungsgruppe.

Alle Übungsblätter finden Sie auf der Seite:  
<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mottoros/ws12-13logikfuerinformatik.html>