Abteilung für Mathematische Logik 26.10.2013
Prof. Dr. Sebastian Goette
Dr. Giorgio Laguzzi

Übungen zur Vorlesung Logik für Informatiker

WS 2015-2016, Übungsblatt 2

Name: ....
Vorname: ....
Matrikelnummer: ....
Übungsgruppe: ....
Tutor: ....

Aufgabe 5: Welche der folgenden Formeln sind (aussagenlogische) Tautologien?

- $((A \to B) \leftrightarrow (\neg B \to \neg A))$
- $((A \wedge \neg A) \to B)$
- $(A \to (B \to A))$
- $((A \vee B) \to B)$
- $((A \to (B \wedge \neg B)) \to \neg A)$
- $((\neg A \to A) \to A)$
- $((\neg A \vee B) \leftrightarrow \neg(A \wedge B))$.

Aufgabe 6: Eine Junktorenmenge $\mathcal{J}$ heißt *vollständig*, gdw es zu jeder aussagenlogischen Formel F eine (tautologisch) äquivalente aussagenlogische Formel G gibt, die nur Junktoren aus $\mathcal{J}$ enthält.

- Zeigen Sie, dass $\{\neg, \to\}$ eine vollständige Junktorenmenge ist. Analoges gilt für $\vee$ anstelle von $\to$ und für $\wedge$ anstelle von $\to$.

- Für den Junktor $|$ („Sheffer stroke”, informatik „NAND”) gilt: $\mathcal{A}((F_1 \mid F_2)) = 0$ gdw $\mathcal{A}(F_1) = 1$ und $\mathcal{A}(F_2) = 1$ für alle Wahrheitsbelegungen $\mathcal{A}$. Zeigen Sie, dass $\{|\}$ eine vollständige Junktorenmenge ist.
- Für den Junktor $\rtimes$ gilt: $\mathcal{A}((F_1 \rtimes F_2)) = 1$ gdw $\mathcal{A}(F_1) = 1$ und $\mathcal{A}(F_2) = 0$ für alle Wahrheitsbelegungen $\mathcal{A}$. Zeigen Sie, dass $\{\rtimes\}$ keine vollständige Junktorenmenge ist.

Aufgabe 7: Sei $\rtimes$ wie in Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass

$$\begin{aligned}
((A \rtimes B) \rtimes C) &\not\equiv (A \rtimes (B \rtimes C)) \\
((A \rtimes B) \vee C) &\not\equiv ((A \vee C) \rtimes (B \vee C)) \\
((A \rtimes B) \wedge C) &\not\equiv ((A \wedge C) \rtimes (B \wedge C)) \\
((A \wedge B) \rtimes C) &\not\equiv ((A \rtimes C) \wedge (B \rtimes C)),
\end{aligned}$$

aber

$$((A \vee B) \rtimes C) \equiv ((A \rtimes C) \vee (B \rtimes C))$$

Aufgabe 8: Sei F die aussagenlogische Formel

$$((\neg A \to \neg C) \vee ((A \wedge \neg B) \leftrightarrow \neg(B \to \neg C))).$$

Finden Sie eine aussagenlogische Formel F_0 in disjunktiver Normalform und eine aussagenlogische Formel F_1 in konjunktiver Normalform, so dass $F \equiv F_0$ und $F \equiv F_1$.