6.11.2017

PD Dr. Markus Junker
Dr. Giorgio Laguzzi

Mathematische Logik für Informatiker

WS 2017-2018, Blatt 3
Abgabe bis Montag 13.11.2017, 11:00 Uhr

Name, Vorname: ....
Matrikelnummer: ....
Übungsgruppe: ....

Aufgabe 1: (2 Punkte)
Zeigen Sie, dass $\{\neg, \rightarrow\}$ ein vollständiges Junktorensystem ist.
(*Sie dürfen die Ergebnisse der Vorlesung benutzen.*)

Aufgabe 2: (4 Punkte) Zeigen Sie (für aussagenlogische Formeln F_i), indem Sie nur die elementaren Umformungen aus Satz 1.3.2 im "oberen Kasten" benutzen:

(i) $((F_1 \wedge F_2) \rightarrow F_3) \sim ((F_1 \rightarrow F_3) \vee (F_2 \rightarrow F_3))$
(ii) $(F_1 \rightarrow (F_2 \wedge F_3)) \sim ((F_1 \rightarrow F_2) \wedge (F_1 \rightarrow F_3))$
(iii) $(F_1 \rightarrow (F_2 \vee F_3)) \sim ((F_1 \rightarrow F_2) \vee (F_1 \rightarrow F_3))$
(iv) $((F_1 \wedge F_2) \rightarrow F_3) \sim (F_1 \rightarrow (F_2 \rightarrow F_3))$

Aufgabe 3: (6 Punkte)

(i) Sei $B = (X, 0, 1, \sqcup, \sqcap, {}^c)$ eine Boole'sche Algebra. Wir definieren die Relation $\leq$ auf B durch:

$$a \leq b, \text{ wenn } a \sqcup b = b.$$

Zeigen Sie, dass $\leq$ eine partielle Ordnung ist, d.h. dass sie reflexiv und transitiv ist.

(ii) Betrachten Sie die oben definierte partielle Ordnung $\leq$ auf der Lindenbaum-Algebra $\mathfrak{A}$, der Tarski-Lindenbaum-Algebra über den Aussagenvariablen $A_0, \ldots, A_{i-1}$. Zeigen Sie:

$$F/_\sim \;\leq\; G/_\sim \iff \vdash (F \rightarrow G) \iff F \vdash G.$$