

**Mathematische Logik für Informatiker**

WS 2017-2018, Blatt 6

Abgabe bis Montag 4.12.2017, 11:00 Uhr

Name, Vorname: .....

Matrikelnummer: .....

Übungsgruppe: .....

- Aufgabe 1:** (a) Sei  $F = \bigwedge_{i < k} \bigvee_{j < m_i} L_{i,j}$  eine aussagenlogische Formel in konjunktiver Normalform (die  $L_{i,j}$  sind Literale). Man zeige:  $F$  ist genau dann eine Tautologie, wenn es für alle  $i$  zwei Indizes  $j_0, j_1 < m_i$  gibt, so dass  $L_{i,j_0} = \neg L_{i,j_1}$ .
- (b) Sei  $G = \bigvee_{i < k} \bigwedge_{j < m_i} B_{i,j}$  eine aussagenlogische Formel in disjunktiver Normalform (die  $B_{i,j}$  sind Literale). Man zeige:  $G$  ist genau dann nicht erfüllbar, wenn es für alle  $i$  zwei Indizes  $j_0, j_1 < m_i$  gibt, so dass  $B_{i,j_0} = \neg B_{i,j_1}$ .

**Aufgabe 2:** Seien  $F$  und  $G$  Formeln mit  $F \vdash G$ . Dann gibt es eine Formel  $H$  mit

$$F \vdash H \text{ und } H \vdash G$$

wobei in  $H$  nur Aussagenvariablen vorkommen, die sowohl in  $F$  als auch in  $G$  vorkommen.

**Aufgabe 3:** Betrachten Sie ein endliches Alphabet, das mindestens die Zeichen  $\{ (, ), 0, 1 \}$  enthält und schreiben Sie das Programm einer Turingmaschine, die bei einer eingegebenen Zeichenkette aus  $($  und  $)$  das Zeichen 1 zurückgibt, wenn es sich um eine sinnvolle Klammerung handelt und das Zeichen 0, wenn nicht.

Die Ausgabe kann dadurch erfolgen, dass die Turingmaschine irgendwo auf das Band 0 oder 1 schreibt und dann anhält.