Mathematisches Institut
Andriy Haydys
Giorgio Laguzzi

Elementargeometrie
Sommersemester 2020

Übungsblatt 7

Abgabe bis 30.6.2020, 12:00 per E-Mail an Ihren Tutor

In aller Übungen, betrachten Sie $\mathbb{R}^2$ als euklidische Ebene (d.h. die Kartesische Ebene mit der üblichen Euklidische Geometrie).

Übung 1. (4 Punkte)
Sei Δpqr ein Dreieck in $\mathbb{R}^2$. Zeigen Sie, dass $pr^2 = pq^2 + qr^2 - 2 \cdot pq \cdot qr \cdot \cos \sphericalangle pqr$.

(Aufgabe aus den Vorlesungen, Satz 5 -Teil (a).)

Übung 2. (4 Punkte) Gegeben $X \subseteq \mathbb{R}^2$ und $\psi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ eine Bewegung der euklidischen Ebene, definiert man $\psi[X] := \{p \in \mathbb{R}^2 : \exists q \in X \text{ so dass } \psi(q) = p\}$.

Sei $T \subseteq \mathbb{R}^2$ ein gleichseitiges Dreieck. Finden Sie alle Bewegungen ψ mit der Eigenschaft: $\psi[T] = T$.

Übung 3. (4 Punkte)
Sei $\rho : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ eine Rotation der euklidischen Ebene um Punkt $p := (x_0, y_0)$ um Winkel α. Zeigen Sie, dass für alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

$$\rho_0(x,y) = (x - x_0)\cos\alpha - (y - y_0)\sin\alpha + x_0,$$
$$\rho_1(x,y) = (x - x_0)\sin\alpha + (y - y_0)\cos\alpha + y_0,$$

gilt, wobei $\rho(x,y) = \big(\rho_0(x,y), \rho_1(x,y)\big)$.

Übung 4. (2+2 Punkte)

(a) Im $\mathbb{R}^2$, sei τ eine Translation. Finden Sie zwei parallele Geraden g, h, so dass $\tau = \sigma_g \circ \sigma_h$, wobei σ_g (bzw σ_h) die Spielegung in g (bzw in h) ist.

(b) Gegeben ein Kreis $K \subset \mathbb{R}^2$, beschreiben Sie alle Bewegungen ψ, die K erhalten, d.h. $\psi[K] = K$.