

Seminar: Algebraische Topologie

Teil 1: Homologie- und Kohomologiegruppen

1. **CW-Komplexe und zelluläre Homologie** *20.04.*
CW-Komplexe, Beispiele: $\mathbb{R}P^n, \mathbb{C}P^n$, charakteristische Abbildung, der Grad einer Abbildung $f : S^n \rightarrow S^n$, zelluläre Homologie, zelluläre Randformel
[H] S. 5-7, 134-141
2. **Das universelle Koeffiziententheorem (algebraisch)** *23.04.*
der duale Kokettenkomplex, freie Auflösungen, $\text{Ext}(H, G)$, das universelle Koeffiziententheorem der Kohomologie (algebraisch)
[H] S. 190-197
3. **Kohomologiegruppen eines Raumes** *27.04.*
der singuläre Kokettenkomplex, $H^n(X; G)$, das universelle Koeffiziententheorem (topologisch), reduzierte Kohomologiegruppen, relative Kohomologiegruppen, die lange exakte Sequenz eines Paares, Ausschneidung, Axiome, zelluläre Kohomologie, Mayer-Vietoris, Moore-Räume
[H] S. 197-204, 143, 205 (Ex.11)

Teil 2: Das Cup-Produkt

4. **Das Cup-Produkt** *30.04.*
das Cup-Produkt, Beispiele: M_g, N_g, T^n
[H] S. 206-211, 5, 51-52, 141
5. **Der Kohomologie-Ring** *04.05.*
Definition $H^*(X; R)$, Beispiele: $H^*(\mathbb{R}P^n; \mathbb{Z}_2)$, $H^*(\mathbb{C}P^n; \mathbb{Z})$, $H^*(\mathbb{R}P^n; \mathbb{Z})$, Satz: $H^*(X; R)$ ist graduiert kommutativ
[H] S. 211-217
6. **Die kohomologische Künneth-Formel** *07.05.*
Tensor-Produkt von R-Moduln, die Künneth-Formel, Beispiele $S^2 \times S^4 \not\cong \mathbb{C}P^3$, $H^*(\mathbb{R}P^\infty \times \mathbb{R}P^\infty; \mathbb{Z}_2)$, ein Satz über Divisionsalgebren, relative und reduzierte Version der Künneth-Formel
[H] S. 218-223

Teil 3: Dualität

7. **Das universelle Koeffiziententheorem der Homologie** *11.05.*
Homologie mit Koeffizienten, $\text{Tor}(H, G)$, das universelle Koeffiziententheorem der Homologie
[H] S. 153-155, 261-267
8. **Orientierung und Homologie** *18.05.*
Definition: topologische Mannigfaltigkeit, Orientierung, die Orientierungsüberlagerung, R -Orientierung, Fundamentalklasse
[H] S. 231-239
9. **Poincare-Dualität** *25.05.*
das Cap-Produkt, Poincare-Dualität, Kohomologie mit kompaktem Träger, Dualität für nicht-kompakte Mannigfaltigkeiten (ohne Beweis Lemma 3.36), Korollar über die Eulercharakteristik
[H] 239-245, 247-249
10. **Die Cup-Produkt Paarung** *08.06.*
Beweis Lemma 3.36, Cup-Produkt Paarung, Schnittform und Signatur, Beispiel: $\mathbb{C}P^2 \# \overline{\mathbb{C}P^2} \not\cong S^2 \times S^2$
[H] S. 246-247, 249-252, ??
11. **Lefschetz- und Alexander-Dualität** *15.06.*
Mannigfaltigkeiten mit Rand, Lefschetz-Dualität, Alexander-Dualität, der Jordansche Kurvensatz, Prop. 3.46 (noch eine Dualität)
[H] S. 252-256
12. **(Ko-)Homologie mit lokalen Koeffizienten** *22.06.*
Definition mit Moduln, Definition mit Gruppenbündeln, Äquivalenz beider Definitionen, Funktorialität, Poincare-Dualität für nichtorientierte Mannigfaltigkeiten
[H] S. 327-336 oder [DK] S. 96-108

Teil 4: Die allgemeine Künneth-Formel

13. **Die allgemeine Künneth-Formel I** *25.06.*
das Kreuzprodukt der Homologie, das simpliziale Kreuzprodukt
[H] S. 268-273, 277-278
14. **Die allgemeine Künneth-Formel II** *29.06.*
die algebraische Künneth-Formal, die topologische Künneth-Formal, das kohomologische Kreuzprodukt
[H] S. 273-277, 278-280

Teil 5: Extra Vorträge

15. **H-Räume und Räume mit polynomialer Kohomologie** 06.07.
James-Reduced-Product $J(X)$, $H^*(J(S^n); \mathbb{Z})$, H-Räume, das symmetrische Produkt $SP(X)$, Hopf-Algebra, das Pontryagin-Produkt, duale Hopfalgebra
[H] S. 224-225, 281-290
16. **Der Bocksteinhomomorphismus** 09.07.
der Bocksteinhomomorphismus, Beispiel 3.E1., Cup-Produkt der Linsenräume, Bockstein-Kohomologie, $H^*(\mathbb{R}P^\infty \times \mathbb{R}P^\infty; \mathbb{Z})$, Beispiel 3E.6.
[H] S. 303-308

Teil 6: Torsion

17. **Torsion von Kettenkomplexen** 13.07.
Definitionen: elementarer Kollaps und einfache Homotopieäquivalenz, Definitionen: $GL(R)$, $E(R)$, $K_1(R)$, $\tilde{K}_1(R)$, $Wh(\pi)$, Torsion von Kettenkomplexen
[DK] S. 325, 327-331, 333-337
18. **Whitehead- und Reidemeistertorsion** 16.07.
Additivität und Homotopieinvarianz der Torsion von Kettenkomplexen, Whiteheadtorsion von CW-Komplexen, Reidemeistertorsion
[DK] S. 338-347
19. **Klassifikation der Linsenräume** 20.07.
Definition der Linsenräume, Homotopieklassifikation, Homöomorphieklassifikation
[DK] S. 348-357

Literatur:

- [H] - A. Hatcher, *Algebraic Topology*
Cambridge University Press, Cambridge 2002
<http://www.math.cornell.edu/~hatcher/AT/ATpage.html>
- [DK] - J.F. Davis, P. Kirk, *Lecture Notes in Algebraic Topology*
Graduate Studies in Mathematics, Volume 35, AMS, 2001