

# 3. ÜBUNGSBLATT ZUR VORLESUNG LINEARE ALGEBRA I

IM WS 2003/2004 BEI PROF. DR. S. GOETTE

*Abgabe Donnerstag, den 13.11.03  
vor der Vorlesung*

*Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die  
Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt*

**1** Zeigen Sie:  $g : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$g((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = \alpha x_1 y_1 + \beta x_1 y_2 + \gamma x_2 y_1 + \delta x_2 y_2$$

ist ein Skalarprodukt genau dann, wenn  $\alpha > 0$ ,  $\delta > 0$ ,  $\beta = \gamma$  und  $\alpha \delta - \beta \gamma > 0$  gilt.

**2** Berechnen Sie den Flächeninhalt der Seiten des von den Vektoren

$$x = (2, 0, 0), y = (1, 2, 0), z = (0, -1, 1)$$

aufgespannten Parallelotops und dessen Volumen.

**3** Zeigen Sie, dass die Quaternionenmultiplikation assoziativ ist.

**4** Wir definieren die quaternionale Konjugation durch

$$\bar{q} = (a, -x) \text{ für alle } q = (a, x) \in \mathbb{H} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3.$$

Seien  $q, r \in \mathbb{H}$ . Zeigen Sie

a)  $\overline{(q \cdot r)} = \bar{r} \cdot \bar{q}$

b)  $q \cdot \bar{q} = \|q\|^2 \in \mathbb{R} \subset \mathbb{H}$  bezüglich des Standard-Skalarproduktes;

c) Ist  $q \neq 0$ , so existiert ein  $w \in \mathbb{H}$  mit  $q \cdot w = 1$ ;

d)  $\|q \cdot r\| = \|q\| \cdot \|r\|$ .