3. Übungsblatt zur Vorlesung Lineare Algebra I

im WS 2003/2004 bei Prof. Dr. S. Goette

Abgabe Donnerstag, den 13.11.03 vor der Vorlesung

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt

1 Zeigen Sie: $g : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$g((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = \alpha x_1 y_1 + \beta x_1 y_2 + \gamma x_2 y_1 + \delta x_2 y_2$$

ist ein Skalarprodukt genau dann, wenn $\alpha > 0$, $\delta > 0, \beta = \gamma$ und $\alpha\,\delta - \beta\,\gamma > 0$ gilt.

2 Berechnen Sie den Flächeninhalt der Seiten des von den Vektoren

$$x = (2, 0, 0),\ y = (1, 2, 0), z = (0, -1, 1)$$

aufgespannten Parallelotops und dessen Volumen.

3 Zeigen Sie, dass die Quaternionenmultiplikation assoziativ ist.

4 Wir definieren die quaternionale Konjugation durch

$$\overline{q} = (a, -x) \text{ für alle } q = (a, x) \in \mathbb{H} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3 .$$

Seien $q, r \in \mathbb{H}$. Zeigen Sie

a) $\overline{(q \cdot r)} = \overline{r} \cdot \overline{q}$

b) $q \cdot \overline{q} = \|q\|^2 \in \mathbb{R} \subset \mathbb{H}$ bezüglich des Standard-Skalarproduktes;

c) Ist $q \neq 0$, so existiert ein $w \in \mathbb{H}$ mit $q \cdot w = 1$;

d) $\|q \cdot r\| = \|q\| \cdot \|r\|$.