

### Übungen zur Algebraischen Topologie

Die folgenden Aufgaben sind am Dienstag, den 18. Dezember, in der Vorlesung oder bis 12 Uhr direkt bei Patrick Graf (Zimmer 408) abzugeben.

**Aufgabe 24** (4 Punkte) Sei  $f : K_\bullet \rightarrow L_\bullet$  eine Kettenabbildung von Kettenkomplexen von abelschen Gruppen, und sei  $C_\bullet(f)$  der Abbildungskegel von  $f$ . Zeigen Sie, daß die Abbildungen

$$K_\bullet \xrightarrow{f} L_\bullet \rightarrow C_\bullet(f) \rightarrow K[-1]_\bullet$$

aus Aufgabe 20.b) eine lange exakte Sequenz

$$\cdots \rightarrow H_n(K_\bullet) \rightarrow H_n(L_\bullet) \rightarrow H_n(C_\bullet(f)) \rightarrow H_{n-1}(K_\bullet) \rightarrow H_{n-1}(L_\bullet) \rightarrow \cdots$$

induzieren.

**Aufgabe 25** (4 Punkte) Geben Sie eine CW-Struktur auf dem komplex-projektiven Raum  $\mathbb{C}P^n$  an.

**Aufgabe 26** (4 Punkte) Konstruieren Sie für jedes  $n \geq 1$  eine stetige surjektive Abbildung  $S^n \rightarrow S^n$  vom Grad 0.

*Hinweis:* Induktion nach  $n$ .

**Aufgabe 27** (4 Punkte) Der *Brouwersche Fixpunktsatz* sagt: Jede stetige Abbildung  $f : D^n \rightarrow D^n$  hat einen Fixpunkt. Beweisen Sie diesen Satz, indem Sie die Abbildung  $S^n \rightarrow S^n$  betrachten, die sowohl die nördliche als auch die südliche Hemisphäre von  $S^n$  mittels  $f$  auf die nördliche Hemisphäre abbildet.