Oliver Fabert
Patrick Graf

4. Februar 2013
Blatt 13

Übungen zur Algebraischen Topologie

Die folgenden Aufgaben sind am Dienstag, den 12. Februar, in der Vorlesung oder bis 12 Uhr direkt bei Patrick Graf (Zimmer 408) abzugeben.

Aufgabe 47 *(4 Punkte)* Sei M eine zusammenhängende Mannigfaltigkeit, und sei $\pi\colon \mathcal{O}_M \to M$ ihre Orientierungsüberlagerung. Zeigen Sie:

a) Die Mannigfaltigkeit $\mathcal{O}_M$ ist orientierbar (auch wenn M es nicht ist).

b) Wenn $\pi_1(M)$ endlich und von ungerader Ordnung ist, dann ist M orientierbar. Insbesondere sind einfach zusammenhängende Mannigfaltigkeiten orientierbar.

Aufgabe 48 *(4 Punkte)* Zeigen Sie, daß jede Überlagerung einer orientierbaren Mannigfaltigkeit wieder eine orientierbare Mannigfaltigkeit ist.

Aufgabe 49 *(4 Punkte)* Seien M, N zwei Mannigfaltigkeiten. Zeigen Sie, daß das Produkt $M \times N$ genau dann orientierbar ist, wenn M und N es sind.

Aufgabe 50 *(4 Punkte)* Sei $f : M \to N$ eine Abbildung zwischen zusammenhängenden geschlossenen orientierten n-Mannigfaltigkeiten (d.h. auf M und N ist eine feste Orientierung gewählt). Der *Grad* von f ist definiert durch $f_*[M] = d \cdot [N]$.

Zeigen Sie, daß es für jede zusammenhängende geschlossene orientierte n-Mannigfaltigkeit M eine Abbildung $M \to S^n$ vom Grad 1 gibt.