Tomasz Szemberg
Patrick Graf

12. Januar 2011
Blatt 11

Übungen zur „Algebra und Zahlentheorie“

Die folgenden Aufgaben sind am Dienstag, den 18. Januar, in der Vorlesung oder bis 12 Uhr direkt bei Patrick Graf (Zimmer 149) abzugeben.

Aufgabe 45 *(5 Punkte)* Sei L ein algebraisch abgeschlossener Körper und $\sigma \in \mathrm{Aut}(L)$. Sei $K = L^\sigma$ der Fixkörper unter σ. Zeigen Sie, daß jede endliche Körpererweiterung von K eine Galois-Erweiterung ist, deren Galois-Gruppe zyklisch ist.

Aufgabe 46 *(5 Punkte)* Sei K ein Körper und $f \in K[X]$ ein irreduzibles separables Polynom. Sei L ein Zerfällungskörper von f über K. Dann ist L/K eine endliche Galois-Erweiterung. Sei α eine Nullstelle von f in L. Wir nehmen zusätzlich an, daß die Galois-Gruppe $\mathrm{Gal}(L/K)$ abelsch ist. Zeigen Sie, daß dann $L = K(\alpha)$.

Aufgabe 47 *(5 Punkte)* Bestimmen Sie die Galois-Gruppe von

$$X^3 + 6X^2 + 11X + 7 \in \mathbb{Q}[X].$$

Aufgabe 48 *(5 Punkte)* Bestimmen Sie Zerfällungskörper und Galois-Gruppe des Polynoms $X^4 - 5$ über $\mathbb{Q}$ bzw. $\mathbb{Q}(i)$ sowie alle Zwischenkörper der auftretenden Erweiterungen.