

# Inhalt

<b>Vorwort</b>	<b>v</b>
<b>I Einleitung</b>	<b>1</b>
§1 Ein Beispiel aus der Gruppentheorie	2
§2 Ein Beispiel aus der Theorie der Äquivalenzrelationen	4
§3 Eine erste Analyse	5
§4 Ausblick	7
<b>II Syntax der Sprachen erster Stufe</b>	<b>9</b>
§1 Alphabete	9
§2 Das Alphabet einer Sprache erster Stufe	12
§3 Terme und Ausdrücke in Sprachen erster Stufe	13
§4 Induktionen im Term- und Ausdruckskalkül	17
§5 Freie Variablen und Sätze	24
<b>III Semantik der Sprachen erster Stufe</b>	<b>27</b>
§1 Strukturen und Interpretationen	28
§2 Eine Normierung der umgangssprachlichen Junktoren	31
§3 Die Modellbeziehung	33
§4 Die Folgerungsbeziehung	34
§5 Zwei Lemmata über die Modellbeziehung	41
§6 Einige einfache Symbolisierungen	46
§7 Fragen zur Symbolisierbarkeit	50
§8 Substitution	54
<b>IV Ein Sequenzenkalkül</b>	<b>61</b>
§1 Sequenzenregeln	62
§2 Grund- und Junktorenregeln	64
§3 Ableitbare Junktorenregeln	66
§4 Quantoren- und Gleichheitsregeln	68
§5 Weitere ableitbare Regeln	70
§6 Eine Zusammenfassung. Ein Beispiel	72
§7 Widerspruchsfreiheit	74

<b>V Der Vollständigkeitssatz</b>	<b>79</b>
§1 Der Satz von Henkin	79
§2 Erfüllbarkeit widerspruchsfreier Ausdrucksmengen (abzählbarer Fall)	84
§3 Erfüllbarkeit widerspruchsfreier Ausdrucksmengen (allgemeiner Fall)	87
§4 Vollständigkeitssatz	90
<b>VI Der Satz von Löwenheim und Skolem und der Endlich- keitssatz</b>	<b>91</b>
§1 Der Satz von Löwenheim und Skolem	91
§2 Der Endlichkeitssatz	93
§3 Elementare Klassen	95
§4 Elementar äquivalente Strukturen	99
<b>VII Zur Tragweite der ersten Stufe</b>	<b>105</b>
§1 Der formale Beweisbegriff	106
§2 Mathematik im Rahmen der ersten Stufe	109
§3 Das Zermelo-Fraenkelsche Axiomensystem der Mengenlehre	114
§4 Bemerkungen zum mengentheoretischen Aufbau der Mathematik	118
<b>VIII Syntaktische Interpretationen und Normalformen</b>	<b>123</b>
§1 Termreduzierte Ausdrücke und relationale Symbolmengen	123
§2 Syntaktische Interpretationen	126
§3 Definitionserweiterungen	134
§4 Normalformen	137
<b>IX Erweiterungen der Logik erster Stufe</b>	<b>145</b>
§1 Die Logik zweiter Stufe	146
§2 Das System $\mathcal{L}_{\omega_1\omega}$	151
§3 Das System $\mathcal{L}_Q$	157
<b>X Grenzen der formalen Methode</b>	<b>159</b>
§1 Entscheidbarkeit und Aufzählbarkeit	160
§2 Registermaschinen	165
§3 Das Halteproblem für Registermaschinen	172
§4 Die Unentscheidbarkeit der Logik erster Stufe	177

§5	Der Satz von Trahtenbrot und die Unvollständigkeit der Logik zweiter Stufe	180
§6	Theorien und Entscheidbarkeit	183
§7	Selbstbezügliche Aussagen und die Gödelschen Unvollständigkeitssätze	191
<b>XI</b>	<b>Freie Modelle und Logikprogrammierung</b>	<b>199</b>
§1	Der Satz von Herbrand	200
§2	Freie Modelle und universelle Hornausdrücke	203
§3	Herbrandstrukturen	209
§4	Aussagenlogik	212
§5	Aussagenlogische Resolution	218
§6	Resolution in der ersten Stufe (ohne Unifikation)	230
§7	Logik-Programmierung	239
<b>XII</b>	<b>Eine algebraische Charakterisierung der elementaren Äquivalenz</b>	<b>255</b>
§1	Endliche und partielle Isomorphie	256
§2	Der Satz von Fraïssé	262
§3	Der Beweis des Satzes von Fraïssé	264
§4	Ehrenfeucht-Spiele	271
<b>XIII</b>	<b>Die Sätze von Lindström</b>	<b>273</b>
§1	Logische Systeme	273
§2	Reguläre logische Systeme mit Endlichkeitssatz	277
§3	Der erste Satz von Lindström	278
§4	Der zweite Satz von Lindström	285
	<b>Lösungshinweise zu den Aufgaben</b>	<b>291</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>325</b>
	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>329</b>
	<b>Sachverzeichnis</b>	<b>333</b>