

# Inhaltsverzeichnis

<b>I</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
§1	Der naive Mengenbegriff . . . . .	1
§2	Die Bedeutung der Mengenlehre für die Mathematik . . . . .	4
§3	Ein geschichtlicher Rückblick . . . . .	7
§4	Zur Tragweite mengentheoretischer Axiomensysteme . . . . .	13
<b>II</b>	<b>Der Rahmen der Darstellung</b>	<b>15</b>
§1	Die mengentheoretische Sprache . . . . .	16
§2	Prädikate, Operationen und Klassen . . . . .	19
<b>III</b>	<b>Das Zermelo-Fraenkelsche Axiomensystem</b>	<b>25</b>
§1	Extensionalität und Aussonderung . . . . .	25
§2	Axiome der Mengenvereinigung . . . . .	31
§3	Das Potenzmengenaxiom. Eine methodologische Betrachtung .	34
§4	Das Unendlichkeitsaxiom . . . . .	39
§5	Ersetzung . . . . .	42
§6	Das Fundierungsaxiom . . . . .	43
§7	Das Auswahlaxiom . . . . .	45
<b>IV</b>	<b>Relationen und Funktionen</b>	<b>47</b>
§1	Relationen . . . . .	47
§2	Funktionen und Familien . . . . .	55
<b>V</b>	<b>Natürliche Zahlen und Zahlbereiche</b>	<b>65</b>
§1	Natürliche Zahlen und Peano-Strukturen . . . . .	65
§2	Rekursionen über $\omega$ . . . . .	72
§3	Endliche Mengen . . . . .	77
§4	Zahlbereiche . . . . .	82
<b>VI</b>	<b>Fundierte Strukturen und Ordinalzahlen</b>	<b>85</b>
§1	Fundierte Strukturen und Wohlordnungen . . . . .	85
§2	Ordinalzahlen . . . . .	89
§3	Es gibt viele Ordinalzahlen . . . . .	96

<b>VII</b>	<b>Rekursionen und Fundiertheit</b>	<b>99</b>
§1	Das lokale Rekursionstheorem . . . . .	99
§2	Das globale Rekursionstheorem . . . . .	103
§3	Die von Neumannsche Hierarchie und das Fundierungsaxiom .	107
<b>VIII</b>	<b>Das Auswahlaxiom</b>	<b>113</b>
§1	Das Axiom . . . . .	113
§2	Der Wohlordnungssatz . . . . .	117
§3	Das Zornsche Lemma . . . . .	119
<b>IX</b>	<b>Mächtigkeiten</b>	<b>123</b>
§1	Der Vergleich von Mächtigkeiten . . . . .	123
§2	Kardinalzahlen . . . . .	130
§3	Kofinalität und Exponentiation . . . . .	136
§4	Die Kontinuumshypothese . . . . .	142
<b>X</b>	<b>Das Universum als kumulative Hierarchie</b>	<b>153</b>
§1	Relativierungen und Absolutheit . . . . .	154
§2	Das Reflektionsprinzip . . . . .	160
§3	Das Scottsche Axiomensystem der Mengenlehre . . . . .	166
<b>XI</b>	<b>Metamathematische Fragestellungen</b>	<b>175</b>
§1	Widerspruchsfreiheit und relative Widerspruchsfreiheit . . . .	177
§2	Unvollständigkeit . . . . .	190
§3	Erkenntnistheoretische Anmerkungen . . . . .	194
<b>XII</b>	<b>Zum Verhältnis von ZF und NBG</b>	<b>199</b>
§1	Das Axiomensystem NBG . . . . .	199
§2	Die Gleichwertigkeit von ZF und NBG . . . . .	205
<b>XIII</b>	<b>Vorschläge zur Lösung der Aufgaben</b>	<b>211</b>
	<b>Liste der Axiome und Axiomensysteme</b>	<b>241</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>243</b>
	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>247</b>
	<b>Namen- und Sachverzeichnis</b>	<b>249</b>