

**Dr. F. Hörmann**  
**Seminar zur Algebra — Sommer 2017**  
vorläufiges Programm

---

**Literatur:**

- [Jac2] Jacobson, Nathan; *Basic algebra. II.* 2nd edition. W. H. Freeman and Company, New York, 1989.
- [Lor1–2] Lorenz, Falko; *Einführung in die Algebra*, Band 1 und 2., Spektrum, 1996/97
- [Art] Artin, Michael; *Algebra*, Birkhäuser, 1998
- [Lan] Lang, Serge; *Algebra*, Springer, 2002
- [DF] Dommit, David S; Foote, Richard M.; *Abstract Algebra*. Wiley; 3 edition, 2003
- [IR] Ireland, Kenneth; Rosen, Michael; *A Classical Introduction to Modern Number Theory*, 1990
- [FH] Fulton, William; Harris, Joe; *Representation Theory, A First Course*, 2004
- [Eis] David Eisenbud; *Commutative Algebra. With a View Toward Algebraic Geometry*, 1999
- [Cas] J.W.S. Cassels, *Rational Quadratic Forms*, Academic Press.

- Sollten sich mehr Studierende für das Seminar interessieren, als es Vorträge gibt, so können Sie auch zu zweit einen Vortrag vorbereiten. Bitte teilen Sie mir auf jeden Fall bis

**Fr. 3. Februar 2017**

per eMail ([fritz.hoermann@math.uni-freiburg.de](mailto:fritz.hoermann@math.uni-freiburg.de)) mit, für welche Vorträge Sie sich interessieren (bitte 3 Wünsche angeben und ggf. mit wem Sie zusammenarbeiten wollen).

- Es gibt insgesamt 13 Termine, es können also nicht alle Vorträge unten tatsächlich gemacht werden
- Ich bin auch offen für andere Themen; wenn Sie ein ganz anderes Thema behandeln möchten, welches sich gut für einen Vortrag eignet, schreiben Sie mir dies in Ihrer eMail.
- **Kommen Sie bitte 3–4 Wochen vor Ihrem Vortrag zu mir, um die Stoffauswahl im Detail zu besprechen und Fragen zu diskutieren.**
- Sie sind flexibel in der Stoffauswahl, da die Vorträge relativ unabhängig voneinander sind. Sie können also von dem Vorschlag unten abweichen.
- **Suchen Sie auch nach anderer Literatur und schauen Sie nicht nur in die angegebenen Referenzen!**

## Vortragsliste:

Mit einem \* gekennzeichnete Vorträge sind tendenziell etwas schwieriger.

### 1. (endliche) Gruppen.

- Wiederholung der Definition einer Gruppe, Gruppentafeln
- Homomorphismen, Nebenklassen, Faktorgruppen
- Isomorphiesatz
- Operationen einer Gruppe auf einer Menge, insbesondere auf sich selbst, Satz von Cayley
- Stabilisator, Klassengleichung

Referenzen: [Art], Kapitel 2, Kapitel 5, §6,7,8, Kapitel 6, §1  
weitere Referenzen: [Lan], Chapter 1, [DF], Part I

### 2. Darstellungen von endlichen Gruppen.

- Definition einer Darstellung
- Invariante Unterräume und Irreduzibilität
- Satz von Maschke (sie müssen hierzu vorher etwas über invariante Skalarprodukte präsentieren)
- Charaktere und Orthogonalität
- Permutationsdarstellungen und die reguläre Darstellung

Referenzen: [Art], Kapitel 9, §1–6, §9  
weitere Referenzen: [Jac], Chapter 5, [Lan], Chapter XVII, [DF], Part IV

### 3. \*Darstellungen der symmetrischen Gruppen $S_n$ .

- Darstellungen der symmetrischen Gruppen  $S_n$  und Young-Tableaux

Referenzen: [FH], Chapter 4, [Jac], Chapter 5.4

### 4. Der Todd-Coxeter-Algorithmus

- Erzeuger und Relationen
- Der Todd-Coxeter-Algorithmus
- viele Beispiele

Referenzen: [Art], Chapter 6, §8, §9,

### 5. Ebene Kristallgruppen

- Gruppen von Bewegungen der Ebene.
- Endliche Bewegungsgruppen der Ebene
- Diskrete Bewegungsgruppen der Ebene (Kristallgruppen)
- Formulieren Sie, dass es 17 verschiedene Kristallgruppen der Ebene gibt (und erklären was das bedeutet)
- Geben Sie eine Beweisidee in Spezialfällen wie in [Art], Kapitel 5, Satz 4.17 (Sie können auch eine Skizze des gesamten Beweises präsentieren, wenn Sie geeignete Literatur hierzu finden, aber das ist anspruchsvoll)

Referenzen: [Art], Kapitel 5, §1–4

## 6. Endliche Körper

- allgemeines über endliche Körper.
- Existenz und von endlichen Körpern der Ordnung  $p^a$  für alle  $p$  prim und  $a \in \mathbb{N}$ .

Referenzen: [IR], Chapter 7, [Lan], VII §5

## 7. \*Lösbarkeit von einfachen Gleichungen in endlichen Körpern

- Multiplikative Charaktere
- Gauss-Summen
- Jacobi-Summen
- Die Gleichung  $X^n + Y^n = 1$  in  $\mathbb{F}_p$ .

Referenzen: [IR], Chapter 8, §1–4

## 8. \*Schiefkörper und zentrale einfache Algebren

- Endlich dimensionale zentrale einfache Algebren
- Die Brauergruppe
- Wedderburns Hauptsatz (evtl. mit Dichtigkeitssatz)

Referenzen: [Lor2], §29, [Jac2], Chapter 4, [Lan], Chapter XVII

## 9. \*Verschränkte Produkte und zyklische Algebren

- Verschränkte Produkte
- zyklische Algebren
- Quaternionenalgebren

Referenzen: [Lor2], §30

## 10. Kategorientheorie I

- Kategorien, Funktoren, natürliche Transformationen, Beispiele
- Äquivalenzen von Kategorien

Referenzen: [Jac2], Chapter 1,

## 11. Kategorientheorie II

- Adjunktionen, darstellbare Funktoren und universelle Objekte
- viele Beispiele

Referenzen: [Jac2], Chapter 1

## 12. \*Homologische Algebra I.

- Wiederholung Moduln, exakte Sequenzen
- Schlangenlemma und Fünferlemma
- Komplexe und Homologie
- Lange exakte Homologiesequenz

Referenzen: [Jac2], Chapter 6, [Eis], Chapter 16

## 13. \*Homologische Algebra II.

- Projektive und injektive Auflösungen
- Derivierte Funktoren
- Beispiele: Tor und Ext und Gruppenkohomologie

Referenzen: [Jac2], Chapter 6, [Eis], Chapter 16

## 14. Quadratische Formen I

- symmetrische Bilinearformen, orthogonale Summen
- quadratische Formen
- Existenz einer orthogonalen Basis
- Satz von Witt

Referenzen: [Lan], Chapter XIV §1–5, [Cas], Chapter 1–4

## 15. Quadratische Formen II

- Wittgruppen
- Präsentation der Wittgruppen durch Erzeuger und Relationen
- Je nach Vorkenntnissen können Sie (ohne Beweis!!) die Struktur der Wittgruppe von einem oder mehreren der folgenden Körper präsentieren:  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{F}_p$ ,  $\mathbb{Q}_p$ ,  $\mathbb{Q}$ , ...

Referenzen: [Lan], Chapter XIV §6, [Cas], Chapter 5