Abgabe: Bis spätestens Donnerstag, 2.11.2017 um 10:00 Uhr. (Die Abgabekästen stehen im Erdgeschoss des Instituts für Informatik, Geb. 51). Bitte maximal zu zweit abgeben und Namen und Übungsgruppe deutlich auf die Lösungen schreiben.

Homepage: `http://home.mathematik.uni-freiburg.de/hoermann/m1i2017/`

Aufgabe 1: (4 Punkte)
Beweisen Sie die folgenden Aussage: Für alle $n \in \mathbb{N}$, $k \in \mathbb{N}_0$ gilt

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}.$$

Aufgabe 2: (3+3 Punkte)
Beweisen Sie folgende Aussage: Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n,$$

(a) durch Induktion nach n unter Verwendung von Aufgabe 1;
(b) mittels der Interpretation von $\binom{n}{k}$ als Anzahl der k-elementigen Teilmengen von $\{1, \dots, n\}$.

Aufgabe 3: (2 + 2 Punkte)

(a) Ein Frosch sitzt am Rand einer 3 m breiten Straße und will diese überqueren. Wegen Ermattung ist jeder seiner Sprünge nur halb so groß wie der vorige. Wenn er mit einem Sprung von 1 m startet, wie weit ist er nach dem n-ten Sprung noch von der anderen Straßenseite entfernt?
(b) Nach wievielen Sprüngen schafft es der Frosch auf die andere Straßenseite, wenn er mit einem Sprung von 1,60 m startet?

Aufgabe 4: (4 Punkte)
Beweisen Sie durch Induktion nach n die Formel:

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Aufgabe 5: (2 Punkte)
Beweisen Sie, dass zwischen zwei verschiedenen reellen Zahlen (bzgl. der natürlichen Ordnung) immer mindestens eine rationale Zahl liegt.

Viel Erfolg!