

Abgabe: Bis spätestens Donnerstag, den 23. November, um 10:00 Uhr. (Die Abgabekästen stehen im Erdgeschoss des Instituts für Informatik, Geb. 51). Bitte maximal zu zweit abgeben und Namen und Übungsgruppe deutlich auf die Lösungen schreiben.

Homepage: <http://home.mathematik.uni-freiburg.de/hoermann/m1i2017/>

Aufgabe 1: (Polynomfaktorisierung und -division) (2+2 Punkte)

Zerlegen Sie folgende Polynome über \mathbb{R} in lineare und quadratische Faktoren:

- $x^5 - 20x^3 + 37x^2 + 12x - 44$
- $x^5 + 8x^4 + 19x^3 + 5x^2 - 20x - 13$.

Hinweis: Benutzen Sie den Vietaschen Wurzelsatz.

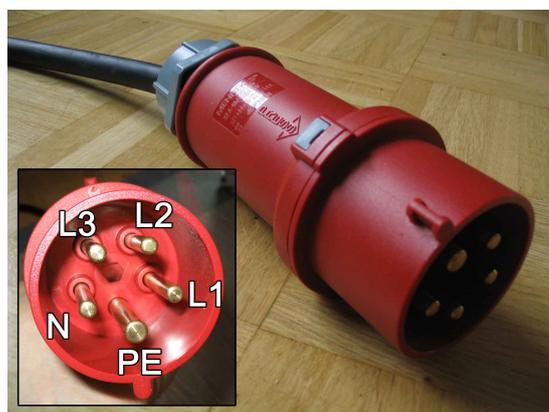
Aufgabe 2: (Interpolation) (2+2+2 Punkte)

Gegeben sind drei Funktionswerte: $f(1) = -6$, $f(3) = 8$ und $f(7) = 12$ (z.B. aus der Funktion $f(x) = 15 - \frac{21}{x}$).

- Ermitteln Sie Näherungen für $f(5)$ durch lineare Interpolation; einmal aus $f(1)$ und $f(7)$, einmal aus $f(3)$ und $f(7)$.
- Ermitteln Sie eine Näherung für $f(5)$ durch quadratische Interpolation.
- Skizzieren Sie die Graphen der vier Funktionen in einem Koordinatensystem.

Aufgabe 3: (4 Punkte + 2 Bonuspunkte für Teil (b))

Der Drehstrom. Als Dreiphasenwechselstrom oder Drehstrom wird ein System von drei miteinander verketteten Wechselströmen bzw. Wechselspannungen bezeichnet. Die nachfolgende Abbildung zeigt eine typische Steckdose, welche man auf jeder deutschen Baustelle oder Schreinerwerkstatt findet. In dieser sind drei Leiter L_k , $k = 1, 2, 3$, und ein Neutralleiter N eingezeichnet.



Die Wechselspannungen $U_k(t)$, $k = 1, 2, 3$, zwischen L_k und dem Neutralleiter N erreichen ihre maximale Auslenkung zeitlich um je eine Drittelperiode versetzt, und sind gegeben durch

$$U_k(t) = 325V \cdot \sin\left(100\pi \text{ Hz} \cdot t + \frac{2\pi}{3}(k-1)\right), \quad k = 1, 2, 3,$$

wobei t die (einheitenbehaftete) Zeit ist. Die Differenzen $U_{12}(t) = U_1(t) - U_2(t)$, $U_{23}(t) = U_2(t) - U_3(t)$ und $U_{31}(t) = U_3(t) - U_1(t)$ werden als verkettete Spannungen bezeichnet.

- Wie groß ist die Amplitude der verketteten Spannungen U_{ij} ?
- ** Wie finden Sie hier den bekannten Wert 230 V wieder?

Für nähere Informationen zum Drehstrom siehe auch

<http://de.wikipedia.org/wiki/Dreiphasenwechselstrom>

Aufgabe 4: (2+2 Punkte)

Seien γ und α_0 positive reelle Zahlen. Wir betrachten die rekursive Folge $a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{\gamma}{a_n} \right)$. Bestimmen Sie den Grenzwert, unter der Annahme, dass die Folge konvergiert.

Hinweis: Berechnen Sie ein paar Folgeglieder für $\gamma = 2$ und $\alpha_0 = 1$ und versuchen Sie, den Grenzwert für diesen Fall zu erraten.

Aufgabe 5: (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Folge $a_n = \frac{\sqrt{n+1}}{n^3}$ eine Nullfolge ist.

Viel Erfolg!