Abgabe: Bis spätestens Donnerstag, den 30. November, um 10:00 Uhr. (Die Abgabekästen stehen im Erdgeschoss des Instituts für Informatik, Geb. 51). Bitte maximal zu zweit abgeben und Namen und Übungsgruppe deutlich auf die Lösungen schreiben.

Homepage: `http://home.mathematik.uni-freiburg.de/hoermann/m1i2017/`

Aufgabe 1: (4×2 Punkte) Bestimmen Sie in den folgenden Fällen, ob die Folgen $(a_n)_{n\geq 0}$ und die Reihen $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergieren. Falls die Folge/Reihe konvergiert, bestimmen Sie Grenzwert/Summe.

(1) $a_n = \frac{4n^4+34n^2+7}{2n^4-12n^3+3n-5} + \frac{100n}{n^3-n^2}$
(2) $a_n = \frac{5^n}{3^{2n}}$
(3) $a_n = \frac{1}{(n+11)(n+12)}$
(4) $a_n = \sqrt{n}\left(\sqrt{n+12} - \sqrt{n}\right)$

Hinweis zu (d): Erweitern mit $(\sqrt{n+12} + \sqrt{n})$.

Aufgabe 2: (2 Punkte) Finden Sie den Fehler in der folgenden Gleichungskette:

$$\begin{aligned} 2 &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^n} + \cdots = 1 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{3}{4}\right) + \cdots + \left(1 - \frac{2^n - 1}{2^n}\right) + \cdots \\ &= (1+1) + \left(-\frac{1}{2} + 1\right) + \left(-\frac{3}{4} + 1\right) + \cdots + \left(-\frac{2^n-1}{2^n} + 1\right) + \cdots \\ &= 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^n} + \cdots = 3 \end{aligned}$$

Aufgabe 5: (geometrische Reihe) (2+2+2 Punkte)

(1) Wie hoch war die durchschnittliche jährliche Inflationsrate, wenn sich der Preis für den Standardwarenkorb innerhalb von 15 Jahren von 100 auf 150 Euro erhöht hat?
(2) Wir würfeln so lange, bis eine 1 erscheint. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass vor der 1 keine gerade Zahl gewürfelt wird? (Standardwürfel, sechs Seiten, alle gleiche Wahrscheinlichkeit, kein Gedächtnis)
(3) Berechnen Sie Umfang und Fläche der Koch'schen Schneeflocke.

Aufgabe 10: (2+2 Punkte)
Betrachten Sie die Funktionenfolge $(f_n)_{n\geq 0}$ mit $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{1+x^{2n}}$.

(1) Zeigen Sie, dass die Funktionenfolge punktweise konvergiert. Bestimmen Sie die Grenzfunktion.
(2) Zeigen Sie, dass die Funktionenfolge nicht gleichmäßig konvergiert.

Viel Erfolg!