

Abgabe: Bis spätestens Donnerstag, den 11. Januar, um 10:00 Uhr. (Die Abgabekästen stehen im Erdgeschoss des Instituts für Informatik, Geb. 51). Bitte maximal zu zweit abgeben und Namen und Übungsgruppe deutlich auf die Lösungen schreiben.

Homepage: <http://home.mathematik.uni-freiburg.de/hoermann/m1i2017/>

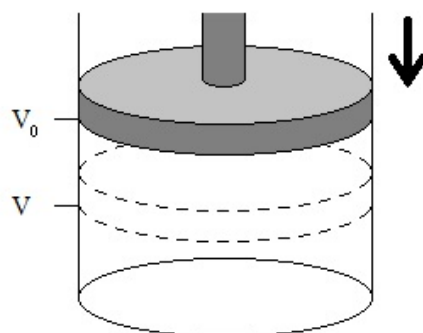
Aufgabe 1: (1 + 1 + 1 + 1 Punkte) Berechnen Sie die folgenden (unbestimmten) Integrale unter Anwendung der in der Vorlesung vorgestellten Integrationsverfahren:

- (a) $\int \sqrt{x^2 + 4x + 5} \, dx.$
- (b) $\int \sin(\sqrt[3]{x}) \, dx.$
- (c) $\int \frac{\cos(x)}{1+\sin^2(x)} \, dx.$
- (d) $\int \frac{3}{2+\cos(x)} \, dx.$

Aufgabe 2: (2 + 2 Punkte) Berechnen Sie die folgenden (unbestimmten) Integrale mittels Partialbruchzerlegung:

- (a) $\int \frac{2x^2+2}{x^4-2x^2+1} \, dx.$
- (b) $\int \frac{5x^3-10x^2-13x-15}{x^4-x^3-x+1} \, dx.$

Aufgabe 3: (2 + 2 Punkte) (Druck im Zylinder) Wir betrachten ein ideales Gas in einem eingeschlossenen Zylinder. Falls die Temperatur des Gases konstant ist, gilt nach dem Gesetz von BOLYE-MARIOTTE, dass $p \cdot V$ konstant ist, wobei p der Druck im Zylinder und V das Volumen des Zylinders ist. Dabei wird der *Druck* als das Verhältnis von der Kraft F zur Fläche A definiert, auf die die Kraft ausgeübt wird.



Es sei p_0 der Anfangsdruck im Zylinder, bei welchem das Gas das Anfangsvolumen V_0 besitzt. Man übt nun Kraft auf den Kolben aus, bis das Gas ein Volumen V erreicht hat.

- (a) In der Physik wird die *Arbeit* W als das Produkt aus der Kraft F und dem zurückgelegten Weg s definiert, falls die Kraft entlang des Weges konstant ist. Wir fassen nun die

Arbeit W , welche verrichtet wird, um das Gas im Zylinder vom Anfangsvolumen V_0 zum Volumen V zusammenzupressen, als eine Funktion von V auf. Zeigen Sie, dass

$$\frac{dW}{dV} = \frac{p_0 V_0}{V}.$$

(b) Zeigen Sie mit Hilfe von Teil (a), dass $W = p_0 V_0 \cdot \ln\left(\frac{V_0}{V}\right)$ gilt.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Berechnen Sie das (unbestimmte) Integral

$$\int \ln(x)^n dx.$$

Hinweis: partielle Integration.

Viel Erfolg!