

Abgabe: Bis spätestens Donnerstag, den 18. Januar, um 10:00 Uhr. (Die Abgabekästen stehen im Erdgeschoss des Instituts für Informatik, Geb. 51). Bitte maximal zu zweit abgeben und Namen und Übungsgruppe deutlich auf die Lösungen schreiben.

Homepage: <http://home.mathematik.uni-freiburg.de/hoermann/m1i2017/>

**Aufgabe 1:** (1+1+2 Punkte)

- (1) Berechnen Sie das uneigentliche Integral  $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} dx$ , falls es existiert.
- (2) Berechnen Sie das uneigentliche Integral  $\int_1^{+\infty} \frac{2}{x^2+4x+3} dx$ , falls es existiert.
- (3) Für welche  $\alpha \in \mathbb{R}$  existiert das uneigentliche Integral  $\int_0^{+\infty} x^\alpha dx$ ?

**Aufgabe 2:** (2+2+4 Punkte) Ein Körper werde in einer Höhe von 19,62m über der Erdoberfläche waagrecht mit einer Geschwindigkeit von 9,81m/s geworfen. Der Luftwiderstand wird nicht berücksichtigt.

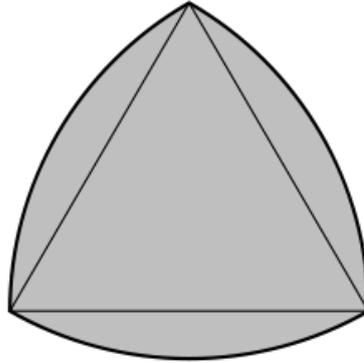
- (1) Nach welcher Zeit erreicht der Körper den Erdboden, wo prallt er auf den Boden auf?
- (2) Welche Geschwindigkeit erreicht der Körper bis zum Aufprall?
- (3) Bestimmen Sie die Länge des Weges, den der Körper bis zum Aufprall zurücklegt.

**Aufgabe 3:** (2+2 Punkte) Berechnen Sie Bogenlänge und Krümmung der Herzkurve, deren Parameterdarstellung in Polarkoordinaten durch  $r(\phi) = 2a(1 - \cos \phi)$ ,  $a \in \mathbb{R}$  gegeben ist.

Bitte wenden ...

**Aufgabe 4:** (4 Punkte) Das Reuleaux-Dreieck ist das einfachste nicht triviale Beispiel eines Gleichdicks: eine Kurve konstanter Breite. Als Breite wird hier der Abstand der Punkte einer Seite zur jeweils gegenüberliegenden Ecke bezeichnet. Würde man also Gullideckel in Form von Reuleaux-Dreiecken herstellen, so würden sie, ebenso wie kreisförmige Deckel, nicht in die Kanalisation hindurchfallen.

Das Reuleaux-Dreieck ist nach Franz Reuleaux, einem deutschen Ingenieur des 19. Jahrhunderts benannt, der Pionierarbeit auf dem Gebiet der Getriebelehre leistete.



Um ein Reuleaux-Dreieck zu konstruieren, fängt man mit einem gleichseitigen Dreieck an. Um jeden Eckpunkt wird ein Kreis gezeichnet, der durch die beiden jeweils gegenüberliegenden Eckpunkte geht. Der Durchschnitt (d. h. die gemeinschaftliche Fläche) der drei Kreise bildet das *Reuleaux-Dreieck*. Analog lassen sich weitere Gleichdicks konstruieren, wenn man ein regelmäßiges  $(2n + 1)$ -Eck statt eines Dreiecks nimmt.

Sei nun  $r$  die Seitenlänge des eingeschriebenen gleichseitigen Dreiecks. Berechnen Sie den Flächeninhalt  $A$  des Reuleaux-Dreiecks.

Viel Erfolg!