

Abgabe: Bis spätestens Donnerstag, den 25. Januar, um 10:00 Uhr. (Die Abgabekästen stehen im Erdgeschoss des Instituts für Informatik, Geb. 51). Bitte maximal zu zweit abgeben und Namen und Übungsgruppe deutlich auf die Lösungen schreiben.

Homepage: <http://home.mathematik.uni-freiburg.de/hoermann/m1i2017/>

**Aufgabe 1:** (1+3 Punkte) Ein Körper entstehe durch Rotation der von der  $x$ -Achse und den Kurven  $x = -\frac{1}{2}$ ,  $x = \frac{1}{2}$  und  $y = \frac{1}{\sqrt{1+4x^2}}$  begrenzten Fläche um die  $x$ -Achse.

- (1) Geben Sie den Querschnitt des Körpers (d.h. Flächeninhalt der Schnittfläche des Körpers mit der zur  $y$ - $z$ -Ebene parallelen Ebene) in Abhängigkeit von  $x$  an.
- (2) Bestimmen Sie das Volumen des Körpers.

**Aufgabe 2:** (4 Punkte) Berechnen Sie Oberfläche des Rotationskörpers, der bei der Rotation des Graphen von  $f(x) = x^2$ ,  $x \in [0, 2]$  um die  $x$ -Achse entsteht.

**Aufgabe 3:** (2+2+2 Punkte)

- (1) Bestimmen Sie das Taylorpolynom  $T_3(x, 0)$  vom Grad 3 mit Entwicklungspunkt  $a = 0$  der Funktion  $f(x) = \frac{x}{e^x - 1}$ .
- (2) Bestimmen Sie das Taylorpolynom  $T_5(x, 0)$  vom Grad 5 mit Entwicklungspunkt  $a = 0$  der Funktion  $f(x) = \tan(x)$ .
- (3) Berechnen Sie mit Hilfe von (2) näherungsweise das Integral

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan(x) dx.$$

Runden Sie dabei auf drei Dezimalstellen nach dem Komma. Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem exakten Wert.

**Aufgabe 4:** (4 Punkte) Schätzen Sie ab, für welche Winkel  $\phi$  bei der näherungsweisen Berechnung

$$\sin \phi \approx \phi - \frac{\phi^3}{6} + \frac{\phi^5}{120}$$

der Fehler unter  $10^{-6}$  liegt!

*Hinweis:* Interpretieren Sie den Ausdruck als Taylorpolynom möglichst hohen Grades.

Viel Erfolg!