Mathematisches Institut, Dr. Matthias Wendt

Klausur:	**"Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik" WS 2017/18**
Datum und Uhrzeit:	Do 1. März 2018, 14:15
Prüfungsdauer:	3 Stunden
Raum:	HS 2004 und HS 2006 im KG II
Erlaubte Hilfsmittel:	1 handbeschriebenes DIN A4 Blatt (beidseitig)
Prüfer:	Dr. Matthias Wendt

Nachname: ....

Vorname: ....

Matrikelnummer: ....

Fach: ....

Studiengang: ☐ Bachelor ☐ Master ☐ Lehramt ☐ sonstiges

Unterschrift: ....

Anmerkungen:

- Füllen Sie dieses Deckblatt vollständig aus.
- Zusätzliche Blätter sind nur einseitig zu beschreiben.
- Zusätzliche Blätter sind mit Namen und Matrikelnummer zu versehen.
- Für jede Aufgabe ist eine neue Seite/Bogen zu beginnen.
- Mobiltelefone müssen ausgeschaltet werden.
- Elektronische Hilfsmittel (Taschenrechner,...) jeglicher Art sind **nicht** zugelassen.
- **Alle Ergebnisse sind zu begründen bzw. herzuleiten.**

Prüfungsunfähigkeit

Durch den Antritt dieser Prüfung erklären Sie sich für prüfungsfähig. Sollten Sie sich während der Prüfung nicht prüfungsfähig fühlen, können Sie aus gesundheitlichen Gründen auch während der Prüfung von dieser zurücktreten. Gemäß der Prüfungsordnungen sind Sie verpflichtet, die für den Rücktritt oder das Versäumnis geltend gemachten Gründe unverzüglich (innerhalb von 3 Tagen) dem Prüfungsamt durch ein Attest mit der Angabe der Symptome schriftlich anzuzeigen und glaubhaft zu machen. Weiter Informationen hierzu können auf den Internetseiten des Prüfungsamtes nachgelesen werden.

	Max. Anzahl Punkte	Erreichte Punkte	Bemerkung
Aufgabe 1	4		
Aufgabe 2	4		
Aufgabe 3	4		
Aufgabe 4	4		
Aufgabe 5	4		
Aufgabe 6	4		
Aufgabe 7	4		
Summe:	**28**		

Note: ....

Klausur eingesehen am: ....

Unterschrift des Prüfers: ....

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass die folgende Aussage für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\sum_{k=1}^{n} k\right)^2 .$$

Hinweis: Versuchen Sie zunächst, geschlossene Formeln für beide Summen zu finden und diese per Induktion zu beweisen.

Aufgabe 2 (2 + 2 Punkte)
Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen

$$(a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(4n)^7}\ , \qquad\qquad (b) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{3n}}{2^n}.$$

Aufgabe 3 (1+2+1 Punkte)
Sei $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$ eine Funktionenfolge.

a) Definieren Sie, was es heisst, dass $\{f_n\}$ punktweise konvergiert.

b) Definieren Sie, was es heisst, dass $\{f_n\}$ gleichmässig konvergiert.

c) Erklären Sie in Worten den wesentlichen Unterschied zwischen den Definitionen.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Berechnen Sie die komplexen Nullstellen des Polynoms:

$$X^3 + X^2 + 7X + 7.$$

Aufgabe 5 (1+1+1+1 Punkte)
Existieren die folgenden Grenzwerte? Wenn ja, berechnen Sie diese.

$$(a)\quad \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(2x)}{x^2} \qquad (b)\quad \lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x^3)}{\ln(x^2)} \qquad (c)\quad \lim_{x\to\infty} \frac{e^x + x^{10}}{e^{2x}+1} \qquad (d)\quad \lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{x^5}.$$

Aufgabe 6 (2 + 2 Punkte)
Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$(a) \quad \int \ln^2(x)\,\mathrm{d}x \qquad\qquad (b) \quad \int_0^\pi x\ \cos(x)\,\mathrm{d}x$$

Aufgabe 7 (2+1 Punkte)

a) Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem: Gesucht ist eine Funktion $f : I \to \mathbb{R}$, die

$$f'(x) = f(x) + \sin(x)$$

mit $f(0) = 0$ erfüllt.

b) Welches ist die maximale Definitionsmenge I der Lösung?