

Verantwortlich für die Übungen:

Dr. Fritz Hörmann (fritz.hoermann@math.uni-freiburg.de)

1. **Chinesischer Restsatz.**

- (a) Finden Sie (falls möglich) eine ganze Zahl z so, dass die folgenden Kongruenzen erfüllt sind:

$$z \equiv 0 \pmod{2}$$

$$z \equiv 4 \pmod{9}$$

$$z \equiv 9 \pmod{11}$$

- (b) Finden Sie (falls möglich) eine ganze Zahl z so, dass die folgenden Kongruenzen erfüllt sind:

$$3 \cdot z \equiv 4 \pmod{5}$$

$$5 \cdot z \equiv 2 \pmod{6}$$

$$2 \cdot z \equiv 3 \pmod{7}$$

- (c) Finden Sie (falls möglich) eine ganze Zahl z so, dass die folgenden Kongruenzen erfüllt sind:

$$z \equiv 1 \pmod{2}$$

$$z \equiv 2 \pmod{9}$$

$$z \equiv 7 \pmod{15}$$

2. **Das Yoga der Ringaxiome.** Beweisen Sie (nur unter Benutzung der in der Vorlesung angegebenen Axiome), dass in jedem Ring gilt:

$$r \cdot (-s) = -(r \cdot s) = (-r) \cdot s,$$

$$(-r) \cdot (-s) = r \cdot s.$$

3. **Endliche Ringe.** Sei R ein endlicher kommutativer Ring (für uns immer mit Eins). Zeigen Sie: Dann ist jedes $r \in R$ entweder Einheit oder Nullteiler.

4. **Satz von Euler.** Berechnen Sie, ohne den Computer/Taschenrechner zu verwenden:

$$123456702^{17745} \text{ modulo } 100.$$

keine Abgabe.