Dr. Juan Diego Caycedo — Mathematik II für Informatiker — Sommer 2015
Übungsblatt 8

Verantwortlich für die Übungen:
Dr. Fritz Hörmann (fritz.hoermann@math.uni-freiburg.de)

1. **Kern und Bild und Basisergänzung.** Geben Sie (mit dem Gaussverfahren) für die folgende Matrix eine Basis des Bildes und des Kernes an. Ergänzen Sie die Basis des Bildes anschliessend (mit dem Gaussverfahren) zu einer Basis des $\mathbb{R}^4$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & 2 & 10 \\ 3 & 7 & 1 & 11 \\ 4 & 8 & 0 & 12 \end{pmatrix}$$

2. **Determinante.** Berechnen Sie:

$$\det \begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. **Vandermonde Determinante.** Sei k ein Körper, z.B. $\mathbb{R}$ oder $\mathbb{C}$, und $x, y, z \in k$. Beweisen Sie

$$\det \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{pmatrix} \neq 0$$

genau dann, wenn x, y und z verschieden sind.

4. **Transposition und Inverses.** Sei A eine invertierbare $n \times n$-Matrix. Beweisen Sie:

$$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T.$$

Hinweis: Versuchen Sie nicht zu rechnen. Beweisen Sie zunächst die Formel $A^T \cdot B^T = (B \cdot A)^T$. Verwenden Sie danach diese und die Definition des Inversen, also $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = 1$.

Abgabe bis Fr 19.6.2015, 10:00 in die Kästen im Erdgeschoss des Instituts für Informatik, Gebäude 51.