

Dr. Fritz Hörmann — Projektseminar Algebraische Zahlentheorie  
Sommer 2012  
Übungsblatt 3

---

- \*1. **Riemann-Roch.** Wir haben ein einfaches Kriterium für einen Quader  $Q$  gesehen, das sicherstellt, dass

$$Q \cap K \neq \{0\}.$$

Beweise, dass der Schnitt jedenfalls endlich ist und gib eine geeignete Asymptotik für die Anzahl der Punkte in diesem Schnitt für ‘grosse Quader’.

*Zusatz:* Für diejenigen mit Kenntnissen in algebraischer oder komplexer Geometrie: Warum der Name ‘Riemann-Roch’?

- \*2. **Idelklassentopologie.** Sei  $K$  ein Zahlkörper und  $\nu$  eine endliche Stelle von  $K$ . Betrachte die Einbettung

$$K_\nu^* \hookrightarrow \pi_0(\mathbb{A}_K^*/K^*).$$

Welche Topologie wird auf  $K_\nu^*$  induziert? Beschreibe den Abschluss von  $K_\nu^*$  im Raum auf der rechten Seite.

*Hinweis:* Erinnerung, dass die additive Bewertung eine splittende (nach Wahl eines uniformisierenden Elementes) exakte Sequenz

$$0 \longrightarrow \mathcal{O}_{K_\nu}^* \longrightarrow K_\nu^* \longrightarrow \mathbb{Z} \longrightarrow 0$$

induziert.